

# 設計における全体と部分

## Whole and Part of Designing

高橋 武則  
(Takenori TAKAHASHI)

### 【要 約】

設計とは諸元（設計因子とその水準）を決定することである。そして、最も重要なことは設計目的を実現することである。設計のためのモデル化において、もし関数が複雑な場合には本質を抽出して簡素化した編集モデルが有用となる。そしてロバストパラメータ設計においては全ての設計因子を共有する必要はない。また合理的な設計では複数の設計指標を取り上げることが重要である。

本研究は3つのことを提案する。1つ目の提案は、複雑な関数は設計目的に基づいて必要な部分だけを取り出してモデル化を行うことである。2つ目の提案は、共有する意味のある重要な設計因子だけを共有して設計することである。そして3つ目の提案は、重要な複数の指標間で折り合いをつけることである。

**キーワード：**モデル化，設計因子の部分共有，複数の設計指標，折り合い

### 【Abstract】

A design is to decide specifications. And, the most important point in design is to realize a design purpose. In modeling for design, if a function is complicated the model which essence is extracted and simplified is effective. In robust parameter design, all design factors do not have to be shared. It is important to take up plural design indexes for the rational design.

This paper shows three proposals. The first one is to take only the necessary part based on a design purpose for the complicated function. The second is to share focused important design factors and make the design by them. The third is to negotiate between important plural design indexes.

**Keyword：**modeling, partial share of design factors, plural design indexes negotiation

### 1. はじめに

大型で複雑な設計を行う場合には、全体と部分の関係に関して設計目的を踏まえて把握することが重要である。以下に2つの観点から具体的特徴を例示する。最初のもはグローバルなものの作りの環境は一様ではないという例示

で、次のものは複雑な関数は全体を分割して扱った方がよいという例示である。

1) グローバルなものの作りでは以下の点が重要である。

\* 国内の最適条件が世界に通用するわけではない。

- \* 地域によって最適条件は異なる.
- \* 地域ごとに別々のものを作るわけには行かない.
- \* 設計因子の何を共有するのは本質的問題である.

2) 設計におけるモデル化では以下の点が重要である.

- \* 変域全体を一つの精緻なモデルでのカバーは難しい.
- \* 設計目的に合えば変域の分割は合理的である.
- \* 分割した変域での関数近似は低次関数で間に合う.
- \* 設計目的に必要な関数の特徴を抽出するだけで十分である.
- \* 抽出した特徴の関数を用いた設計は合理的である.

ある変域で範囲(最大値-最小値)が問題(ばらつき)であった場合、最大値と最小値と変域の両端である下端・上端での  $y$  の値の合計4つの値が候補なので、これら4つが十分な精度で近似されれば良い。このとき極大値・極小値は部分的な変域(範囲)での2次近似で十分であるし、下端や上端は部分的な変域(範囲)における1次近似で十分である。もちろん全域を一つの精緻なモデルでカバーすることができれば上記の問題は一気に解決する。しかし、そのような場合は例外である。とくに実験で得られたデータから式の推定をしなければならない場合には全域で一つの精緻なモデルを作成することは画餅である。これら2つの視点における本質的なものは全体と部分の区分け(どこまでを全体で扱い、どこからは部分で扱うのかの判断)である。

設計因子の共有化(共通化)に関しては、設計目的と設計単位の構造が重要である。複数の設計単位の間では以下の選択肢が存在する。

- \* 全ての設計因子を共有する.
- \* 全く共有しない.
- \* 一部の共有にとどめる.

【注】共有は合意ではなく強制される場合も少ない。

どれにするのかはいろいろなシナリオのもと

で求解を試みたくて設計主体間の合意形成で決定するのが良い。

モデル化に関しては、まず全体を意味のある部分に分解・分割し、次にそれらの中から目的に合った必要な部分を取り出し、その後は取り出した各部分を高解像度でモデル化し、最後にそれらを組み合わせるといった編集を行って設計目的を果たすことのできるモデルを作成するという手順になる。

設計のために行う最適化に関してはモデル化を含めて、以下の6つのキーワードが存在する。

- \* 設計因子 ( $x$ ) : 設計で決めるべき要因系の変数(説明変数, 独立変数とも呼ばれる)のことで,  $(x_1, \dots, x_p)$  の  $p$  個が存在する.
- \* 特性・項目 ( $y$ ) : 設計で決めるべき結果系の変数(目的変数, 従属変数)のことで, ときには  $(y_1, \dots, y_q)$  の  $q$  個が存在する.
- \* 入出力関数  $y = f(m; \beta)$  :  $m$  が入力で  $y$  が出力の関数で  $\beta$  は関数における係数
- \* 係数関数  $\beta = g(x_1, \dots, x_p)$
- \* 描写関数  $h(x, y)$  : 機能や形状・状態を客観的に描写する上で用いる数式のことである.
- \* 設計単位 : その設計に関係を有する集団(人の集まり)・集合(もの・環境の集まり)の単位

科学的な設計とは結果である指標(特性, 項目)と原因である諸元(設計因子とその水準)の関係を数式という形でモデル化し、それを用いて設計目的を踏まえた定式化を行った上で求解するという形で最適化されることが本質である。ただし近年の設計は用いる関数が複雑であること、扱う設計単位が多くかつその構造は複雑で、その上設計因子が多いこと、加えて指標が多いということが特徴である。

まず、本研究における基本的な考え方として設計における構造を全体と部分に関して3つの視点から論じる。

### 1.1 関数の近似: ポートレート(肖像画)とモンタージュ(人相書)

人物の描写法には人物像を正確に後生に伝えるポートレート(肖像画)と特定人物を見分けるモンタージュ(人相書)がある。設計のためのモデル化においても全体をモデル化する場合と部

分をモデル化する場合がある。もし容易にポートレート描写できるならそれを活用すればよいが、ポートレート描写は短時間での作成が困難な場合が多い。モニタージュ描写は短時間で作成が可能で、しかも目的によってはそれで十分な場合が多い。設計目的が後者で実現できるのであれば、前者を用いることは合理的ではない。後生にその人の全体像を残すのであればポートレート描写が必要であるが、例えば犯人逮捕が目的の場合にはモニタージュ描写で十分である。もちろん、後者の目的においてポートレート描写は有効であるが、費用や手間を考えるとそれは費用対効果の観点からは必ずしも望ましいものではない。

### 1.2 対象を描写する関数のタイプ

もともと関数のタイプには陽関数と陰関数がある。しかし、これまでの設計の議論における関数は入出力関数のため陽関数のみを扱ってきた。しかし、本研究では姿・形や状態を描写するためしばしば陰関数が必要となる。

#### ①陽関数の場合の描写

例えばスイッチの事例における「押し込み量」と「反力」の関係の場合には極大点、変曲点、極小点を有する関数を扱う必要がある。

#### ②陰関数の場合の描写

例えばラグビーボールのような楕円体の形状を扱う場合には、3次元の図を複数枚の2次元の図で描写しようとしても、各々2次元の図に楕円や円が登場する。したがって陰関数を避けて通ることはできない。

### 1.3 設計因子の設計単位間での共有：全体共有と部分共有

今回の報告のもう一つのテーマは設計因子の部分共有である。通常の頑健設計は設計因子を全体共有するためにトレードオフで解が微妙なものになる。そこで、必要な設計因子は共有するが、必要ではない因子は共有しない（非共有）という部分共有の設計法を提案する。

設計因子とは設計でその水準を決定すべきものであるが、その数は少なくない。そして、設計単位とは設計を行う組織のことであり、多くの場合には下位単位（下位にある設計のための

単位）と上位単位（上位にある設計のための単位）とから構成されている。例えば複数の工場という下位単位とそれらを束ねる本社という上位単位とか、複数のマーケットセグメントという下位単位とそれらを包含する全マーケットなどがその例である。

下位単位が複数ある場合に、個別につまり別々に設計を行うのであれば設計単位間に問題は生じない。しかし、経営効率という観点からは、個別に設計を行うのではなくて複数の下位単位の間で設計因子の条件の水準を共有したいというニーズは高い。これまでの頑健設計は全ての設計単位の間で全ての設計因子を共有（全体共有）するという前提で扱われてきた。このために設計単位間でのトレードオフにより思わしくない解となることが多かった。全体共有に拘ることなく、部分共有も考慮して設計目的にふさわしい設計を行うことが望ましい。

### 1.4 結果系指標（特性と項目）の全体評価と部分評価

図1に示す紙ヘリコプターの場合において、通常は出力として滞空時間（入力は解放高度）が注目され、これを巡って設計が行われる。しかしながら、図2に示す着陸位置（ $x, y$ ）も重要である。滞空時間が目標値を満たしていても、着陸位置が大きく目標点からずれた場合には危険を生じることをはじめとしていろいろと問題になるからである。そして、滞空時間や着陸位置の他にも例えば以下に示すようなものが評価項目として存在している。

＊降下状況（横軸は経過時間、縦軸は位置）、

＊飛行状況（回転開始、安定性、飛行の美しさ）

すなわち多くの評価項目があるので、滞空時間は極めて重要な部分評価ではあるが、これが全体評価と等価であるとは言えない。他の重要な部分評価と合わせて全体評価を行う必要がある。評価項目が複数になるとトレードオフの問題は深刻になる。このとき全体共有に拘ると合意形成は困難になる。部分共有も選択肢の中に入れて柔軟なアプローチをすることが必要である。紙ヘリコプターの場合においては、滞空時間の他に飛行の安定性や回転開始までの落下距離といったものもあるが、本研究では着陸位置を取

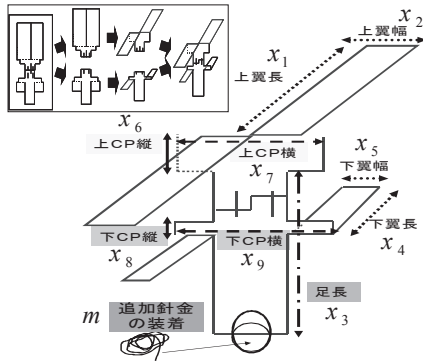


図1 複葉型紙ヘリコプターの概要(製作法と完成図)

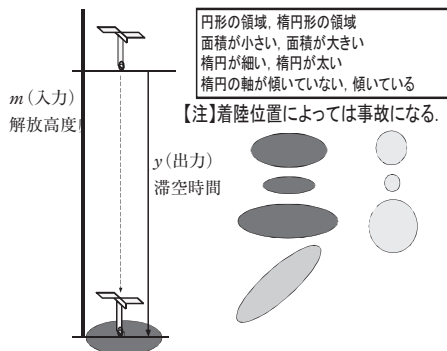


図2 着陸位置の分布

り上げた。ただし着陸位置は2次元分布となるので、その取り扱いには工夫が要る。評価には確率誤差をとまわらない決定論の評価(機体面積、展開図における段差など)と確率誤差をとまわらぬ確率論的评价(滞空時間、着陸位置など)がある。前者は微分方程式などを用いた固有技術の数値により定式化が行われ、後者は最小二乗法などを代表とする統計的な方法で模型化が行われる。設計ではこれらの模型を一緒にした上で、総合的な定式化により最適化するのが良い。

- ①決定論的评价：面積，段差ほか
- ②確率論的评价：滞空時間，着陸位置ほか

### 1.5 解析・設計と理学・工学

理学と工学との間には大きな違いがある。理学の目的は認識(既存の存在の認識)にありそれは解析(模型化)によってもたらされる。一方、工学の目的は創造(新規の存在の創造)に

ありそれは設計(最適化)によってもたらされる。そして、設計において重要なことは設計目的を実現することであるが、それを行う上で解析による模型化は不可欠のものである。ただし、解析の場合には全体像の模型化が重要になるのに対して、設計の場合においては、全体像を模型化する必要はない。設計においては注目した範囲のみが十分に模型化されていればよい。多くの設計においては、必要な複数の部分を模型化して組み合わせるという編集操作を用いることで設計目的が十分に実現可能である。本研究はこのアプローチの模型化のことを、部分模型を編集した編集模型(モンタージュ模型)と呼び、これを用いた設計法である編集設計法(モンタージュ法)を提案する。

設計とは因子(設計因子)を決めた上でその水準を決めることである。このとき、設計対象が複数ある場合には全体の配慮が必要になる。近年注目されている頑健設計(ロバストパラメータ設計)では、攪乱因子(誤差因子)の全水準が設計因子を共有(全体共有)したもて設計客体間の出力(特性)の差を減衰する設計を行っている。しかし全体共有で一応満足できる解が得られる場合もあるが、多くの場合には攪乱因子(誤差因子)の水準間でトレードオフを生じて中途半端な解となる。本研究は、設計因子の全体共有にこだわらずにその一部を共有(部分共有)するというアプローチを提案し、これを設計因子の部分共有と呼ぶ。

### 1.6 複数の指標を視野に入れて設計する経営学

工学の観点での設計論では特性値に焦点を合わせたものが多い。しかし、経営学の観点からは複数の特性や複数の項目を視野に入れる必要がある。特性と項目はいずれも設計因子の関数で、経営学の立場では特性だけでなくコスト・生産性ほかの様々な項目も重視する。これらは設計の際に設計の良し悪しを判断するために用いられるものなので指標と呼ぶ。しかしながら、あれもこれもと多数の指標を取り上げることは現実的ではない。この場合も指標間のトレード・オフにより中途半端な解が得られる。本研究はこの点についても触れたい。



## 2. 関数の全体近似と部分近似

### 2.1 関数の部分模型を用いた編集模型化

モンタージュ (montage) とはフランス語の映画用語で、多数のカットを組み合わせてつなぎ、一つの作品にまとめる手法で、映画 フィルムの編集のことである。関連する言葉としてモンタージュ写真があるが、これはカットが写真になったもので、何枚かの写真を用いてその部分を取って一つに編集した写真のことである。特に、犯罪の目撃者などの証言から、犯人の顔形・目鼻立ちなどについて似ているものを集め、編集して作る写真のことが多い。

ポートレート (肖像画) は精密画であり、モンタージュ (人相書) は近似画 (編集画) である。前者は本人の正確な姿を長く後生に残すためのもので、後者は犯人逮捕のためのもの (顔つきの特徴などを似ている画像情報を用いて編集して作成したもの) である。編集法は設計目的によって作成アプローチは異なる。本質な部分描写とその編集は目的や状況によって異なる。指名手配の場合、犯人の重要な特徴としては髪型、目、眉毛、鼻、口、耳などがある。ベストは犯人の写真 (肖像) があることである。そこにはすべてが描写されているために重要な特徴も描写されている。しかし、目撃情報で人相書を作成するとすると、犯人の写真の作成は困難である。このとき、犯人の重要な特徴の部分描写とそれらの編集が行われる。

これまでは多数の写真の中から顔の部分 (目、鼻、口、眉、耳ほか) を取り出して編集するモンタージュ写真が良く用いられている。このとき、顔のパーツを取り出すのは写真をトリムすることで部分模型化 (部分描写) である。

目撃された容疑者の顔全体が撮れているという写真が手に入るケースは必ずしも多くはない。たまたま前科があったために本人の写真があるとか、容疑者が絞られた場合には前科がなくても容疑者の写真を関係者から手に入ることはある。この場合は当人の本物の写真であり、それが得られたら望ましいということは言うまでも無い。多くの場合にそれは困難であるが故に、モンタージュ写真や人が描く似顔絵が用いられてきた。

当然言えることであるが、肖像画を作成すれ

ばそれを犯人逮捕に用いることはできる。しかし、その作成に手間がかかることと、作成するために必要な情報を持っていないことが多い。この場合に、犯人を逮捕するには、

目、眉、鼻、口、耳、額、髪型などの重要なパーツが本人の特徴をとらえていれば良い。古くは人相書 (似顔絵) で、その後は編集写真となり、昨今は似顔絵に回帰している。似顔絵は目的に合った部分を取り出して明確に描写し、そうでない部分は簡略あるいは省略して作成するために、特徴が極めてクリアになる。その点ポートレートは不必要な部分も含めて全体を正確かつ詳細に記述するためにノイズとシグナルの混在した散漫な情報となり、具体的な目的 (例えば犯人逮捕など) には必ずしも効果的ではない。また、近年の犯罪捜査では、犯人像の編集作成でも写真編集よりも人相書きの方が有効である場合があると言われている。その理由は、モンタージュ写真の場合には、写真であるため画像に省略がないために少し特徴が異なるだけで容疑者とは見なさなくなるからである。

#### 2.1.1 編集描写法

部分近似のみならば部分近似でしかなく、それは編集描写法とはいえない。以下の4点を満たしたものが編集描写法である。

- (1) 目的に対して全体を合理的な部分に分割する。
- (2) 本質的に必要な部分のみを高い精度で近似する。
- (3) 近似したものをを用いて合目的な組合せ描写を行う。
- (4) 合目的な描写 (本質的描写) をを用いて設計する。

ポートレートとモンタージュは異なるものではあるが、本研究が着目する重要な点は以下のことである。

＊犯人逮捕が目的ならば、モンタージュでも犯人を特定できるために逮捕は可能である。

もちろんポートレートでも犯人は逮捕でき、最初からポートレートがあるのであれば、それを用いたらよい。ただし、時にはポートレートよりモンタージュの方がより望ましい場合もある。

る。不必要な情報は雑音と言われるように、何もかもが描写されているよりも不必要な部分を取って削除した方が良い場合もあることに注意しなければならない。

描写対象が複雑な場合においてポートレート作成は手間や費用がたいへんかかるものである。このとき描写する対象を合理的な部分に分けて、意味のある（目的の本質にかなった）部分だけを取り出し、各々を近似した後に編集して描写を仕上げる。すなわち、設計目的に必要な部分だけを取り出して編集しても問題はないのである。言い換えれば、全体を描写することが常にベストではないのである。そして、近年進化したコンピュータソフトを用いて結合設計を行えば、モンタージュで作成した模型に基づいて目的を果たす設計が可能であることが少なくない。

### 2.1.2 複雑な関数に対する編集描写法の概要

編集描写法は、描写対象が複雑な場合に描写対象を必要な部分に分けて近似した後に編集するモデル化である。以下に極大と極小と変曲点を有する非線形の入出力関数の例で説明する。

入出力関数の設計の場合は、設計目的に合わせて全体を分割し、必要な部分を取り出して近似し、それに基づいて本質的な情報を取り出す。例えば以下の様な情報が重要視される。

極値（最大値、最小値）、変曲点

ある特定の部分の勾配、

ある特定の範囲の中で最大・最小・範囲など

実際の設計では、様々なシナリオで最適化（求解）することができる。ここではシナリオの例として図3に示すスイッチの事例を取り上げる。この例では横軸が押し込み量で縦軸が反発力（反力）である。そして、代表的な情報には以下のようなものがある。

#### 1) 極値間上下差

〔最大化〕：上下差を明確にしたい。

〔最小化〕：上下差をなるべく出したいくない。

#### 2) 極値間左右差

〔最大化〕：左右差を明確にしたい。

〔最小化〕：左右差をなるべく出したいくない。

#### 3) 極値間勾配

〔最大化〕：敏感に感じたい。

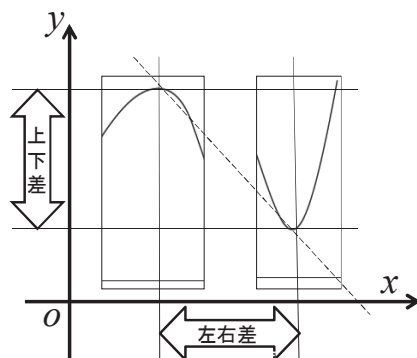


図3 上下差と左右差と上下差／左右差<sup>[74]</sup>

〔最小化〕：ショックを和らげたい。

関数をグラフ化した場合に、そこに極大値・極小値・変曲点が存在する場合には一見すると3次関数のように見える。しかし、実際のスイッチの事例では、極大値・極小値・変曲点が存在していても、全体を3次関数で近似した場合には極大値と極小値がだいぶズレてしまうことが多い。このような場合には、全体を3次関数で描写するのは合理的とは言えない。

図4は一見すると3次モデルで近似すれば良さそうに見える。少なくとも3次モデルの特徴である極大点、変曲点、極小点を有していることは事実である。しかしながら、図5を見ると明らかなように、極大値と極小値に関して真の値（×印表示）と近似値（●印表示）が大きくずれている。図5には示していないが、変曲点に関してもずれている。したがって、もし設計の目的が極大値や極小値にかかわる解析・設計の場合には、3次モデルの近似では極大と極小をうまく描写していないので大きな問題となる。この場合には、図4と図5に基づいて判断をすると、図6に示すように各々の極値ごとにその近くを切り取って2つの2次式を近似したうえで編集した方がよい。

＊極大用の2次式として主に左側を用いる。

＊極小用の2次式として主に右側を用いる。

さらに言えば、左側の3点は用いない方が良さそうである。これらの詳細は後の節で議論する。

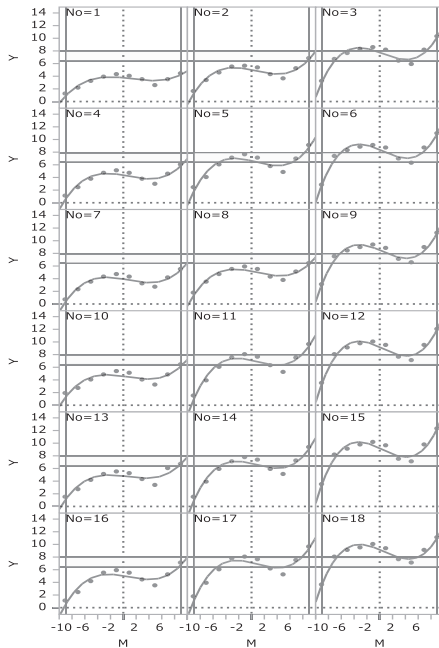


図4 3次モデルでは近似が十分とは言えない場合 [21], [74]

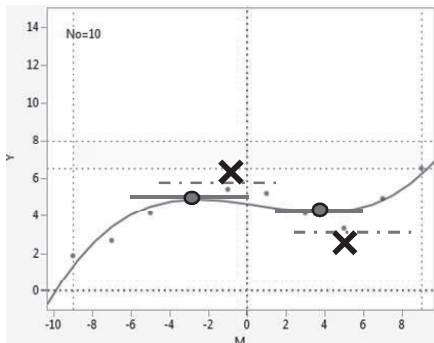


図5 明らかに極大と極小がずれている実態 [74]

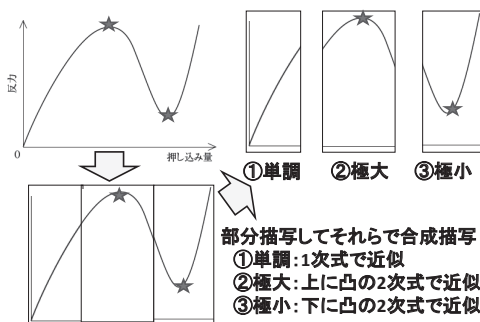


図6 3次モデルでは近似が困難な場合 [74]

## 2.2 陽関数に対する編集法

関数に関して編集法を用いる場合に、複数のパーツとなる部分模型化において、描写変数の水準の一部が重複しても良い。注目するパーツをより確実に近似するために必要なデータ領域が重複することはしばしば発生する。

例えば、スイッチの挙動描写においては以下の2つの場合がある。

- A: ていねいな描写の場合: 極大値の描写, 変曲点の描写, 極小値の描写  
 変曲点に注目する場合は3次模型が必要
- B: 多少粗い描写の場合: 極大値の描写, 極小値の描写  
 変曲点に注目しない場合は3次模型が不必要

隣接する水準の間には、確実に近似するために必要なデータ領域が重複することがある。なお極大点や極小点を描写する基本図形は2次関数である。そして変曲点を描写する基本図形は3次関数となる。もし、スイッチの事例で、変曲点に関心が無い場合には3次関数を用いる必要は無い。もし3次関数を用いれば、それはいたずらに近似を複雑にするだけである。

## 2.3 構造(関数形状)が極端に複雑な場合

2次近似は3つのパラメータが必要で、もし2箇所を2次近似で編集するならば合計で6パラメータが必要になる。そこにもし図6, 図7に示すように、全域を取り扱おうとすると、左部分の1次近似の2つのパラメータも加えるために全部で8パラメータとなる。構造(関数形状)が極値や変曲点が増えると、高次の4次や5次の関数でも十分に近似できないという極端に複雑な形状も登場する。そのような場合は以下のアプローチが有効である。

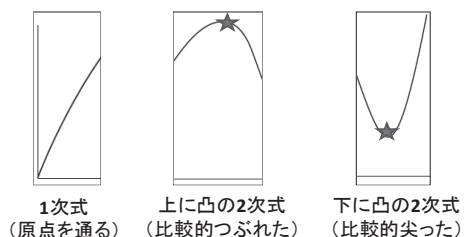


図7 分割した各々に対する関数近似

＊差分法<sup>[60]</sup>：複雑な基盤形状に変化を加えた構造

＊多頭法<sup>[61]</sup>：点のベクトルでしか表現できない構造

上記の2つの方法については参考文献を参照されたい。

## 2.4 対象の関数が低次の関数で編集可能な場合

図4と図5に示すスイッチの挙動（押し込みと反発力）の具体例の場合には、変曲点で非対称な極大値と極小値を持っているために3次関数の当てはめは不十分である。しかし、設計の目的が図6と図7で示すように極大値と極小値に関する設計ならば、極大値と極小値の近くを抜き出して部分近似をすれば良い。コンピュータを用いる設計では別々に近似した2つの2次模型のファイルを結合し、

①上下差、②左右差、③上下差／左右差

などを合成関数で定義（極値に関する下位関数を用いて上位関数として上記のものを作成）すればよい。この場合には他の部分を見捨てる（切り捨てる）ことになる。もし切り捨てずに全体を十分な精度で近似しようとする場合にはかなり高次の関数を用意することとなる。あるいは、描写するだけならばスプライン関数などを用いることも考えられるが、その場合にはシンプルなパラメトリックな扱いができないために本来の目的である設計が困難となる。

スイッチの事例で設計の目的が以下のものとする。

- ＊極大の座標そのもの、＊極小の座標そのもの
- ＊2つの極値の上下差、＊2つの極値の左右差
- ＊極値の上下差と左右差の比（傾き）

これらを扱う場合には、極大と極小に焦点を合わせれば良い。変曲点に関して極大と極小が点対称でなければ3次関数でのモデル化は危険になる。むしろ極大と極小を分け、各々を下位の関数として描写した上で上記の必要な情報上位の関数として編集描写すればよい。

下位の関数の描写に当たっては、実験全体（全てのrun）を見て、描写に妥当な範囲を決定すればよい。このとき、極大を描写するための範囲と極小を描写するための範囲に重複が生じ

てもよい。十分な描写ができることが最優先で、重複が起こるか起こらないかについてはcase by caseである。なお、描写のための範囲を広げるとデータは多いが描写がずれるというデメリットが生じ、範囲を狭めるとデータが少ないというデメリットが生じることに注意する。また、データにウェイトを付けるという選択肢もあるが、それについての詳細な議論は今後の課題である。

今回は極大値と極小値に注目したが、変曲点に注目する場合もある。この場合には数理的に3次近似が必要である。その場合も、全水準のデータでの3次近似は変曲点をうまく捉えられない。したがって、採用する水準を限定する。つまり無用な水準は外して有用な水準で3次近似を行えばよい。その詳細については別の機会に議論する。今回取り上げる場合のように、変曲点に注目する必要はなくて、あくまでも極大値と極小値を取り上げて設計する場合には、極大と極小の2つの近傍の部分を取り出せばよい。

【注】一部の点を重複使用するかどうかは選択肢である。そのことで、図8に示すように全体の近似の整合性や統計的性質が良くなるのであれば重複させればよい。

取り上げた事例における設計では以下のような点に焦点が合わされる。

- ①極大値の値や位置、②極小値の値や位置
- ③上下差、④左右差、⑤極値間勾配＝上下差／左右差

なお、この例では変曲点は特に注目していないが、一般的には変曲点も取り上げられることが少なくない。

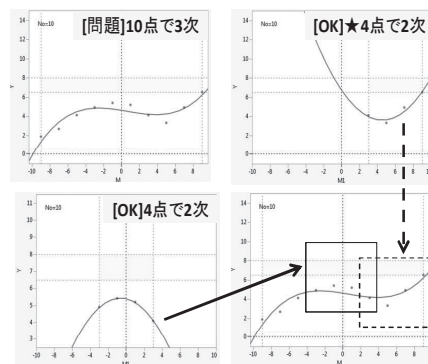


図8 2つの部分模型による近似<sup>[74]</sup>



横軸の水準数が多ければ各々で十分な近似ができる。各々で十分近似した3つのモデルを結合して設計（求解）する。ただし、この例では2つの極値が設計の対象であるために、左側の直線近似の部分は必要がない。このように得られた情報を用い、必要な水準のもとでの推定値を求める。求めた全水準での推定値を全体として近似できる式を求める。

具体的な例としてすでに示した図3の場合には、設計目的が極値間勾配に目的がある場合である。この場合には極値の上下差と極値の左右差の比が極値間勾配となる。

設計対象が姿・形や状態の場合の設計においては、その基礎は対象の描写にある。それには関数の係数を用いる要約描写とデータを点の集合として扱う非要約描写（差分描写<sup>[60]</sup>、多頭描写<sup>[61]</sup>）があるが、本研究は要約描写を取り上げる。関数の係数を用いた描写の場合には、陽関数描写と陰関数描写があり、複雑な対象の場合には単純な関数での描写が困難となる。その場合にはまず基本描写を準備し、それを用いて編集描写<sup>[73]</sup>することで対象を近似的に描写するのが合理的である。

## 2.5 陰関数の描写

陰関数の代表例を図9と図10に示している。前者は2次曲線の場合で、後者は2次曲面の場合である。形状を扱う設計においては、これらは重要な関数となる。

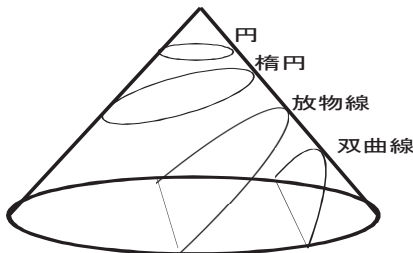


図9 2次曲線のタイプ

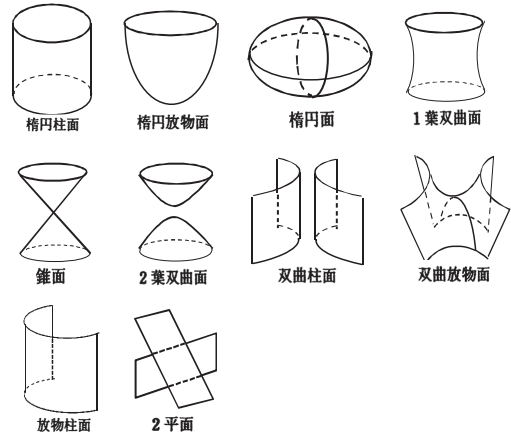


図10 2次曲面のタイプ

### 2.5.1 基本描写と編集描写

全体を一体として描写する場合と全体を幾つかのパーツ（部分）に分けて描写（部分描写）したものを合わせて全体を描写（編集描写）する方法がある。後者では基本的なパーツを用いて編集すると合理的である。

図11に示すように、陰関数の場合の最も基本的なパーツには円があり、その一般形は楕円である。楕円の描写を用いると2次曲面の重要な部分を合理的に描写することができる。例えば、楕円柱面（特殊形が円柱面）はスライスすることで上部、中部、底部の楕円を用いて編集描写ができる。スライス数を増やせばより詳細な編集描写となる。

なお、実際の楕円は真楕円ではなく軸が回転したり、あるいは外周（外縁）に凹凸が存在している。

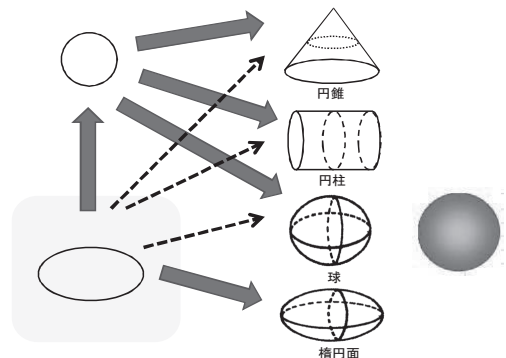


図11 楕円による様々な形状の編集の可能性

高度で複雑な図形は基本図形の編集（組合せ）で表現することができる。例えば、3次元図形の円柱（円筒）は、2つの2次元図形である平面図としての円と正面図としての四角形によって表現ができる。同様に、三角錐の場合には、円と三角形によって表現ができる。

一方、円を目指しながら製造した結果としてできあがる製品としての外周（外縁）の形状は真円ではない。これを描写するには一般的な円としての楕円を用いた描写と、外周におけるばらつき（凹凸）の表現が必要である。真円はその究極の姿（外周に凹凸はなく、中心からの距離がすべて等しい）と考えれば良い。そして、製造した結果としての円柱（円筒）はほとんどの場合真円柱ではないということに注意が必要である。それをスライス（切断）した場合の切断面が必ずしも同じではなく、微妙に異なる楕円でかつ外周に凹凸があるものとなる。このとき、複数枚の切断面（例えば上部・中部・底部など）を合わせることで円柱（円筒）の出来映えを把握・評価することができる。本研究は陰関数の基本として楕円（円の一般形）で論じる。

### 2.5.2 編集における楕円の活用

図11から明らかなように、円の一般形である楕円をうまく組み合わせて編集すれば、よく用いられる2次元・3次元の図形のうちの多くの図形の描写は可能となる。楕円そのものを用いることもできるし、その一部である楕円弧を用いることもできる。多くのカーブ（曲線）は分割を行うことにより楕円・楕円弧の編集で描写が可能となる。

### 2.5.3 陰関数における望ましい描写

陰関数描写である $f(x,y)=0$ や $f(x,y,z)=0$ は、設計を行う場合には関数の係数を組（セット）にした描写を用いるとよい。

#### (A) 2次曲線の分類

以下の陰関数表示の2変数の2次方程式

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0 \quad (1)$$

を用いるならば6個の係数で描写ができる。

#### (B) 2次曲面の分類

以下の陰関数表示の2変数の3次方程式

$$ax^2 + by^2 + cz^2 + 2dxy + 2exz + 2fyz + 2gx + 2hy + 2iz + j = 0 \quad (2)$$

を用いるならば10個の係数で描写ができる。

### 2.5.4 陰関数における現実的な描写

前項の陰関数の望ましい描写はあくまでも理想であって、多くの場合においてはこの方法は現実的ではない。望ましい描写を用いるには、対象の形状が前述の曲線や曲面に十分近似した状態になっていなければならない。しかし、全体形状がこのような見事な陰関数となることはほとんどない。まして、実験条件を振った際に、全実験条件において見事な陰関数となることはありえない。

しかし、全体を目的に合わせてうまく部分に分割すれば、それぞれの部分に関しては楕円を用いて描写可能になる。部分を楕円で描写したうえでそれらを編集すれば目的にかなったモデル化と最適化が可能になる。これこそが編集法なのである。

## 2.6 確率楕円と外周楕円

陰関数として2種類の楕円を取り上げる。第1は2次元正規分布を前提とした確率楕円であり、第2は外周の状態だけを問題とする外周楕円である。

### 1) 確率楕円

データが2次元の分布として発生する場合である。作業標準などがきちんとしているならば、多くの場合は2次元正規分布を適用することができる。この詳細については第4章で取り上げる。

### 2) 外周楕円

外周楕円の場合には、外周すなわち外縁だけの形状が問題となる。簡単に言えば、加工（成形、研削、切削など）の結果として目標通りの図形にきれいにできあがっているかを問題とする場合である。凹凸がないか、そして基盤とな

る図形（凹凸の状態を考慮して推定した凹凸なしの概形）は目標通りの楕円・円になっているのである。外周楕円は内部にデータはなく、あくまでも外の縁の形状のデータを用いるという点が確率楕円と大きく異なっている。外周楕円の数理の本質は確率楕円と共通している。そこで最初に外周楕円を取り上げる。

## 2.7 外周楕円の数理と設計の概要

### 2.7.1 外周楕円の数理の概要

外周楕円は内部に確率分布を考えない。しかし、外周部（外縁部）の凹凸に関してはそのばらつき状態を分散・標準偏差により把握する。そして、基盤楕円のまわりに凹凸を考え、それらの凹凸の間を通る基盤楕円を求めるために主成分分析の情報を利用する。

長軸と短軸の単位の比を、第1主成分と第2主成分の情報から把握する。すなわち、各主成分の範囲などの方法で比を求める。各主成分をこの比で調整すれば、2つの軸の比は同じ（1:1）になる。このことで基盤楕円を基盤円として扱い、原点からの各点への距離を求めてその平均を基盤円の半径とする。これを逆変換でもとの楕円に戻して基盤楕円を求めることができる。

厳密には2つの楕円パラメータ  $a$ 、 $b$  に関して両者の比を踏まえたニュートン法で求める。その際の初期条件に前述の方法で求めた解を利用する。この方法の数理的な詳細については別の機会に議論する。

### 2.7.2 外周楕円の設計の概要

外周楕円の設計は確率楕円の場合に似ている。しかし外周の形状だけが問題であるので3 (or 2) シグマ楕円は無関係で、楕円パラメータ  $a$ 、 $b$  を用いて設計を行う。

中心位置や軸（長軸、短軸）の回転角については確率楕円の場合と同じである。重要なのは形状に関する設計であり、これには以下の2つがある。

- \* 基盤形状として楕円パラメータの  $a$  と  $b$  を目標値に合わせる（近づける）。
- \* 基盤形状のまわりのばらつきを小さくする。もし推定の対象がはじめから円に限定される

場合には、楕円を円に変換する手続と、その後には円から楕円に戻す手続は不必要で、最初から最後まで円として扱えば良い。これは楕円が退化して円になった場合である。

## 2.8 外周楕円の重要な描写項目とアプローチの概要

図12に外周楕円の重要な項目（楕円の特徴）を示している。楕円には式（3）に示すように、2つの焦点からの距離の和  $L$  は一定で  $2a$ （長軸の係数の2倍）という性質があるので変則極座標  $(L, \theta)$  を用いる。点  $P$  に関する2つの焦点からの距離の和  $L$  をデータとし、その平均値で基盤楕円を推定し、標準偏差を求めて変動係数  $CV$ （標準偏差／平均）を非真円度の評価指標とする。円を前提とした場合は  $L$  を中心からの距離  $r$  にかえればよい。このときの  $(r, \theta)$  は本来の極座標となる。その非真円度は非真楕円度と同様に考えて  $CV$  を用いる。なお、本研究ではこの変則極座標のことを楕円型極座標と呼ぶ。この観点からは、通常の極座標は円型極座標と言うことになる。楕円型極座標は円型極座標の発展した一般形である。したがって、円型極座標は楕円型極座標の退化形である。

$$L = F_1P + F_2P = 2a \quad (3)$$

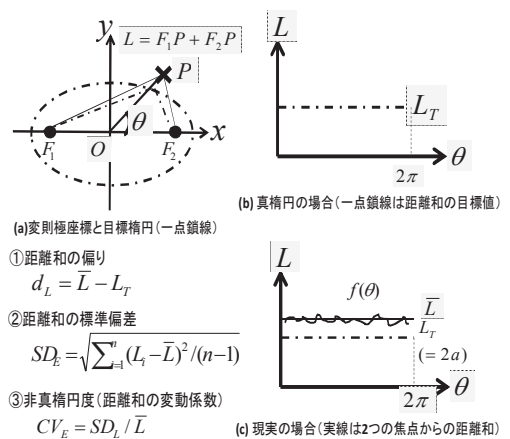


図12 変則極座標  $(L, \theta)$  と外周楕円の重要な項目

## 2.9 楕円弧の編集

多くの図形は単純ではない。様々なカーブが寄り集まった形状が多い。その場合には、全体

を部分に分割して楕円弧にすれば、編集は可能となる。逆に言えば、楕円弧で近似できるように分割することになる。楕円弧は記録のための暫定2次元座標 ( $t_1, t_2$ ) から、

- ①中心の横座標  $t_{1\#}$
- ②中心の縦座標  $t_{2\#}$
- ③長軸の回転角  $\lambda$
- ④楕円の長軸パラメータ  $a$
- ⑤楕円の短軸パラメータ  $b$

の合計5つのパラメータを推定することで把握ができる。この推定の数理の詳細については別の機会に議論する。

### 3. 設計因子の全体共有と部分共有

#### 3.1 設計因子の全体共有の問題点

これまで多くの設計では、複数の設計単位を扱う場合には全ての設計因子を共有（全体共有）している。もしそれで好ましい解が得られた場合には問題はないが、多くの場合には設計単位の間にトレードオフを生じて得られた解は不満の多いものとなる危険が高い。

\* 従来の頑健設計は攪乱因子の全水準において設計因子の全てを共有（全体共有）の下で行われてきた。

\* しかし全体共有は必ずしも最善とは限らない。

\* 攪乱因子の全水準間でトレードオフが生じて解が中途半端な解（多くの人が不満を覚える解）になる危険が少なくない。

従来から様々な分野でプラットフォームという概念がある。その意味は分野により異なるが、本質的には以下の意味で共通している。

「プラットフォーム＝土台（基盤）」

特に、自動車の場合は車台を意味し、異なる種類の車が車台を共有することは大きなメリットを生じている。

プラットフォームの本質は設計因子の部分共有に他ならない。正確に言えば、「プラットフォームとは事前に与えられた設計因子のうちの共有する因子のことである」。事前に与えられるために前提条件の一種ともいえる。HOPEでは事後に決定する。事前共有の場合は前提条件となるために解が限定されることになる。

事前に共有をすることで前提条件として扱うことができるが、これはしばしば設計を限定す

ることになる。複数の設計の順番が時間的にずれる場合には仕方がない。しかし、もし時間的に同時並行で設計が成されるのであれば、協議を通して合意のもとに共有（設計時に共有を決定すること）の方が柔軟に対応できるために選択肢が増えて有利である。

頑健設計は複数の対象に対しての同時設計である。したがって、設計時に協議して共有することは合理的な設計を可能にする。その場合、全体共有や非共有も含めて最も有利なものを選択すればよい。

\* 全体共有、\* 部分共有、\* 非共有

なお、部分共有の場合にはどのような設計因子を共有するかで複数のシナリオができる。複数のシナリオを検討するのはたいへんかもしれないが、より良い解を得ることができるとともに検討の過程で固有技術的な新しい知見が蓄積される。

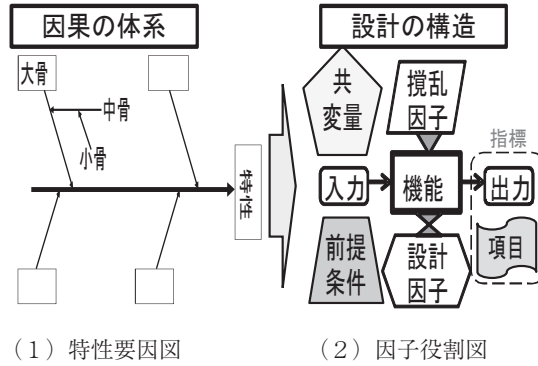
#### 3.2 設計因子の共有パターン

設計のための因果関係を整理したものが図13である。そして、説明を簡潔にするために2つの設計単位の場合を取り上げる。図14と図15に示すように、設計因子が複数存在している場合に、全体共有が部分共有か非共有に分類できる。そして全体共有が部分共有に関しては、共有する因子が事前に指定（強制）される場合と事後に協議に基づいて合意形成という形で決定する場合とがある。

設計にあたっては、設計因子を非共有で個別に設計するのか、共有をするのかを決めなければならない。そして、設計因子の部分共有を行う際、どの設計因子を共有させ、どの設計因子を共有しないかが重要になる。これらの決定は、マネジメントの視点からの判断となる。

共有する場合に、それが事前に指定される場合と事後に協議に基づいて合意形成で決定する場合との間には大きな違いがある。これまでのプラットフォームのほとんどは事前に指定される場合でありかつ部分共有である。車の設計における車台はその典型例である。この決定は戦略的で、その後のある期間に登場が予定されている複数の車を視野に入れた指定である。複数の車の登場が時間的にずれて登場する以上はそ





(1) 特性要因図

(2) 因子役割図

図13 設計のための因果関係の整理

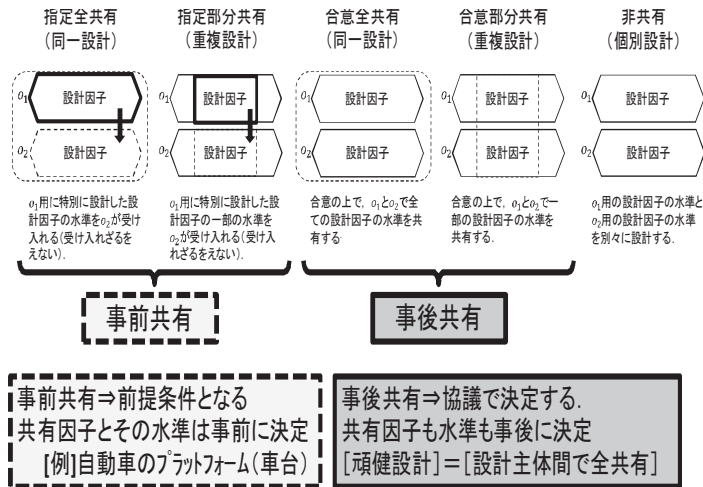
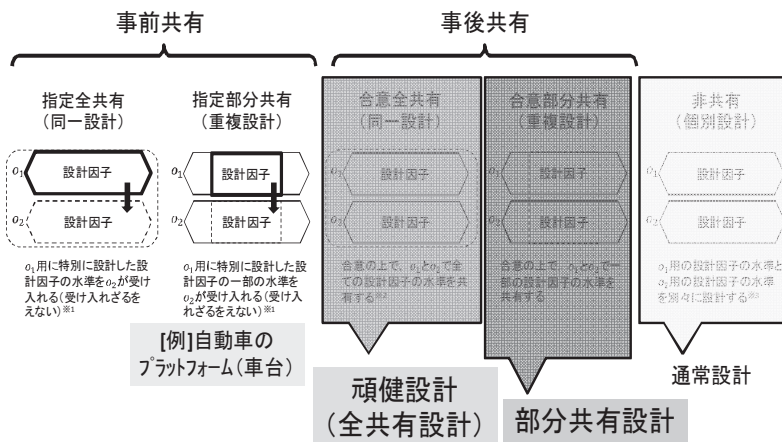


図14 設計因子の共有分類



【注】共有は合意ではなく強制される場合も少なくない。

図15 設計因子の共有分類と従来アプローチの関係

うせざるを得ない。この場合には、事前に十分に検討して部分共有（プラットフォーム：車台）を決定しなければならない。

### 3.3 複葉型紙ヘリコプターにおける設計因子の部分共有

設計因子の共有に関しては以下の2種類の形態があり、両者は大きく異なるために注意が必要である。

① 攪乱因子の水準の間での共有

② 設計単位の間での共有

前者と後者の決定的な相違点は、ネゴシエーション（交渉）の有無にある。前者の攪乱因子に関してはネゴシエーションは存在しないが、後者の設計単位ではネゴシエーションが存在する。そして、本研究では前者の場合を取り上げる。

すでに示した図1は複葉型紙ヘリコプターの製法と完成図である。この紙ヘリコプターは上翼と下翼の複葉であることが特徴である。これを例として部分共有について解説する。

いま材料の紙質に厚紙と薄紙の2種類のものが用いられる場合に、以下のような設計を行いたいとする。

＊図16と図17に示すように下半分の部分の因子を共有する。

X4下翼長, X5下翼幅, X7足長

X8下CP縦, X9下CP横

＊段差を取りたい。

＊共通部分の面積を小さくしたい。

＊各紙質ごとに傾きをできるだけ急にしたい。

図18の(1)に示すように、先ず共有5因子に関して最適化を行う。その際の定式化は以下の通りである。

＊下部の下翼幅と下CP横の段差（図18の段差②）の解消

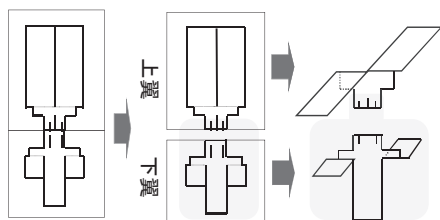


図16 複葉型紙ヘリコプターの部分共有の例（プラットフォーム）

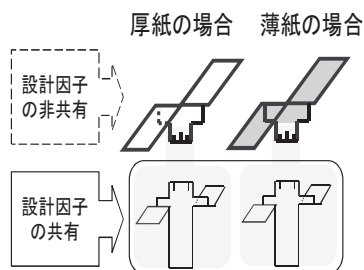


図17 攪乱因子のもとでの共有部分と非共有部分

＊下部の下翼長と足長の段差（図18の段差

③）の解消

＊下部の面積の最小化

その後は、図18の(2)に示すように、この解（水準）を固定して各々の紙ごとに最適化を行う。この求解のための定式化とその結果を示す図19では、各々の紙質ごとに傾きをできるだけ急にした解を求めている。

図20は一方の解を他方に代入した場合の結果を示している。これにより、一方にとつてのベストのデザインを他方に押しつけるとそれは好ましくないデザインになることがわかる。また、図21では全体共有で解いた結果よりも部分共有で解いた結果の方が優れていることを示している。

設計は模型を用いて最適化するために模型は不可欠である。そして模型化を行うと設計の前に対象の特徴がよく認識できるとともに客観的な評価が可能である。したがって模型化をして認識と評価を行い、それらを踏まえて設計することが重要である。その際に、全体を配慮する場合と特定の部分を配慮する場合では得られる解（設計）が異なる。

以上の説明では紙質が違う場合である頑健設計を取り上げた。これは攪乱因子の水準の間での共有の場合である。すでに述べたように、共有に関しては設計単位の間での共有も存在する。紙ヘリコプターの例で言えば、これを作る工場が複数ある場合である。各工場にはそれぞれの事情があり、全ての工場が全設計因子の水準を共有することが困難である場合がある。この場合も、数理的な扱いは同じであるが、設計単位間の合意形成が必要になる。合意形成のプロセスではネゴシエーションが重要となる。これらについては別の機会に論じたい。

最適化

条件設定

予測変数	目標	以上	以下	重み	推定値
時間(字消式、緑色)	なし	-	-	-	0.67608
時間(字消式、緑色)	なし	-	-	-	0.71007
段差②(下翼幅と下CP幅)	制約	0	0	100	0.00000
段差③(上翼幅と足長)	制約	0	0	100	-0.00000
下部面積	最小化	-	-	-	3150.00000

設計/制約因子

設計/制約因子	設計値	ロック	最小	最大	間隔
上翼長1	55	<input type="checkbox"/>	40	70	-
上翼幅1	25	<input type="checkbox"/>	20	30	-
足長	70.000125196	<input type="checkbox"/>	70	80	-
下翼長	35.000125196	<input type="checkbox"/>	20	40	-
下翼幅	15	<input type="checkbox"/>	15	30	-
上CP幅1	7.5	<input type="checkbox"/>	5	10	-
上CP幅1	40	<input type="checkbox"/>	30	50	-
下CP幅	5	<input type="checkbox"/>	5	10	-
下CP幅	55	<input type="checkbox"/>	55	65	-
上翼長2	55	<input type="checkbox"/>	40	70	-
上翼幅2	25	<input type="checkbox"/>	20	30	-
上CP幅2	7.5	<input type="checkbox"/>	5	10	-
上CP幅2	40	<input type="checkbox"/>	30	50	-

最適化

条件設定

予測変数	目標	以上	以下	重み	推定値
時間(字消式、緑色)	なし	-	-	-	0.67608
時間(字消式、緑色)	なし	-	-	-	0.71007
段差②(下翼幅と下CP幅)	なし	-	-	-	0.00000
段差③(上翼幅と足長)	なし	-	-	-	0.00000
下部面積	なし	-	-	-	3150.00000

設計/制約因子

設計/制約因子	設計値	ロック	最小	最大	間隔
上翼長1	55	<input type="checkbox"/>	40	70	-
上翼幅1	25	<input type="checkbox"/>	20	30	-
足長	70	<input checked="" type="checkbox"/>	-	-	-
下翼長	35	<input checked="" type="checkbox"/>	-	-	-
下翼幅	15	<input checked="" type="checkbox"/>	-	-	-
上CP幅1	7.5	<input type="checkbox"/>	5	10	-
上CP幅1	40	<input type="checkbox"/>	30	50	-
下CP幅	5	<input checked="" type="checkbox"/>	-	-	-
下CP幅	55	<input checked="" type="checkbox"/>	-	-	-
上翼長2	55	<input type="checkbox"/>	40	70	-
上翼幅2	25	<input type="checkbox"/>	20	30	-
上CP幅2	7.5	<input type="checkbox"/>	5	10	-
上CP幅2	40	<input type="checkbox"/>	30	50	-

(1) 共有5因子の最適化

(2) 共有5因子の固定化

図18 部分共有因子の設計とその解(水準)の固定

最適化

条件設定

予測変数	目標	以上	以下	重み	推定値
時間(字消式、緑色)	最大化	-	-	-	0.75988
時間(字消式、緑色)	なし	-	-	-	0.71007
段差②(上翼幅と上CP幅)	制約	0	0	100	0.00000
段差③(下翼幅と下CP幅)	なし	-	-	-	0.00000
段差④(上翼幅と足長)	なし	-	-	-	0.00000
段差⑤(上翼幅と下翼幅)	なし	-	-	-	-5.00000
金面積	なし	-	-	-	6900.00000
下部面積	なし	-	-	-	3150.00000

設計/制約因子

設計/制約因子	設計値	ロック	最小	最大	間隔
上翼長1	70	<input checked="" type="checkbox"/>	-	-	-
上翼幅1	25	<input type="checkbox"/>	20	30	-
足長	70	<input checked="" type="checkbox"/>	-	-	-
下翼長	35	<input checked="" type="checkbox"/>	-	-	-
下翼幅	15	<input checked="" type="checkbox"/>	-	-	-
上CP幅1	5	<input type="checkbox"/>	5	10	-
上CP幅1	50	<input type="checkbox"/>	30	50	-
下CP幅	5	<input checked="" type="checkbox"/>	-	-	-
下CP幅	55	<input checked="" type="checkbox"/>	-	-	-
上翼長2	55	<input type="checkbox"/>	40	70	-
上翼幅2	25	<input type="checkbox"/>	20	30	-
上CP幅2	7.5	<input type="checkbox"/>	5	10	-
上CP幅2	40	<input type="checkbox"/>	30	50	-

最適化

条件設定

予測変数	目標	以上	以下	重み	推定値
時間(字消式、緑色)	最大化	-	-	-	0.67608
時間(字消式、緑色)	最大化	-	-	-	0.80305
段差②(下翼幅と下CP幅)	なし	-	-	-	0.00000
段差③(下翼幅と足長)	なし	-	-	-	0.00000
段差④(上翼幅と上CP幅)	制約	0	0	100	0.00000
段差⑤(上翼幅と下翼幅)	なし	-	-	-	-5.00000
金面積	なし	-	-	-	6900.00000
下部面積	なし	-	-	-	3150.00000

設計/制約因子

設計/制約因子	設計値	ロック	最小	最大	間隔
上翼長1	55	<input type="checkbox"/>	40	70	-
上翼幅1	25	<input type="checkbox"/>	20	30	-
足長	70	<input checked="" type="checkbox"/>	-	-	-
下翼長	35	<input checked="" type="checkbox"/>	-	-	-
下翼幅	15	<input checked="" type="checkbox"/>	-	-	-
上CP幅1	7.5	<input type="checkbox"/>	5	10	-
上CP幅1	40	<input type="checkbox"/>	30	50	-
下CP幅	5	<input checked="" type="checkbox"/>	-	-	-
下CP幅	55	<input checked="" type="checkbox"/>	-	-	-
上翼長2	55	<input type="checkbox"/>	40	70	-
上翼幅2	25	<input type="checkbox"/>	20	30	-
上CP幅2	7.5	<input type="checkbox"/>	5	10	-
上CP幅2	40	<input type="checkbox"/>	30	50	-

(1) 厚紙の場合

(2) 薄紙の場合

図19 部分共有の設計例(厚紙と薄紙の場合)

参考1: 厚紙の解を薄紙に代入

薄紙: 0.934 ⇒ 0.769

最適化

条件設定

予測変数	目標	以上	以下	重み	推定値
時間(字消式、緑色)	最大化	-	-	-	0.87377
時間(字消式、緑色)	なし	-	-	-	0.76914

設計/制約因子

設計/制約因子	設計値	ロック	最小	最大	間隔
上翼長1	70	<input checked="" type="checkbox"/>	40	70	-
上翼幅1	30	<input type="checkbox"/>	20	30	-
足長	70	<input checked="" type="checkbox"/>	70	80	-
下翼長	40	<input type="checkbox"/>	20	40	-
下翼幅	30	<input type="checkbox"/>	15	30	-
上CP幅1	5	<input type="checkbox"/>	5	10	-
上CP幅1	50	<input type="checkbox"/>	30	50	-
下CP幅	10	<input type="checkbox"/>	5	10	-
下CP幅	65	<input type="checkbox"/>	55	65	-
上翼長2	55	<input type="checkbox"/>	40	70	-
上翼幅2	25	<input type="checkbox"/>	20	30	-
上CP幅2	7.5	<input type="checkbox"/>	5	10	-
上CP幅2	40	<input type="checkbox"/>	30	50	-

参考2: 薄紙の解を厚紙に代入

厚紙: 0.874 ⇒ 0.721

最適化

条件設定

予測変数	目標	以上	以下	重み	推定値
時間(字消式、緑色)	最大化	-	-	-	0.72052
時間(字消式、緑色)	最大化	-	-	-	0.93356

設計/制約因子

設計/制約因子	設計値	ロック	最小	最大	間隔
上翼長1	55	<input type="checkbox"/>	40	70	-
上翼幅1	25	<input type="checkbox"/>	20	30	-
足長	80	<input type="checkbox"/>	70	80	-
下翼長	40	<input type="checkbox"/>	20	40	-
下翼幅	30	<input type="checkbox"/>	15	30	-
上CP幅1	7.5	<input type="checkbox"/>	5	10	-
上CP幅1	40	<input type="checkbox"/>	30	50	-
下CP幅	5	<input type="checkbox"/>	5	10	-
下CP幅	65	<input type="checkbox"/>	55	65	-
上翼長2	70	<input type="checkbox"/>	40	70	-
上翼幅2	30	<input type="checkbox"/>	20	30	-
上CP幅2	5	<input type="checkbox"/>	5	10	-
上CP幅2	50	<input type="checkbox"/>	30	50	-

図20 厚紙と薄紙のもとでの共有部分と非共有部分

## 全体共有で解いた解 (0.788)



図21 全体共有で解いた結果と部分共有で解いた結果

## 4. 指標（特性・項目）の全体配慮と部分配慮

### 4.1 確率楕円

確率楕円においては出現確率が主題である。例として紙ヘリコプターの着陸位置を取り上げる。これまで多くの紙ヘリコプター実験においては時間（滞空時間）のみが取り上げられてきた。しかし時間が狙い通りでも、目標位置から大きく外れた着陸は危険で、ズレたことによる様々な危険やトラブルが発生する。紙ヘリコプターは狙った領域（範囲）内に確実に着陸することが重要である。

紙ヘリコプターの着陸位置は繰り返し飛行すると明らかになるが、同じ場所には着陸せずばらつく。それは多くの場合に2次元正規分布となる。このとき確率楕円が重要になり、求める領域（範囲）内に確率楕円が収まればよいのである。それは確率楕円が求める領域（範囲）内に入ることを意味する。予測着陸領域である楕円（円は特別な場合として含まれている）の長軸と短軸の3シグマの位置を通る楕円を目標領域内に納めることが重要である。なお、選択肢として2シグマ楕円も考えられる。例えば自由度2 ( $\phi=2$ ) の $\chi$ 分布の ( $\chi^2$ 分布) においては、3シグマ楕円の中に出現する確率は0.9888 (円外は1.111%) で、2シグマ楕円の場合の確率は0.86457 (円外は13.543%) である。なお、確率99%楕円や95%楕円などを用いるという

選択肢もある。

### 4.2 確率楕円の数理と設計の概要

#### 4.2.1 確率楕円の数理

目標の領域（範囲）の中にほとんどの値を実現させるためには以下の諸点が重要になる。

\* 中心の位置

\* 楕円の回転角（長軸と短軸の回転角）

\* ばらつきの大きさ（長軸・短軸の値や面積）

これらは分散共分散行列を出発行列とした主成分分析によって把握することができる。主成分分析の多くは相関係数行列を出発行列とするが、本研究のアプローチでは分散共分散行列を出発行列とする点にポイントがある。こうすることで得られる主成分は、その形状はもとの形状と合同で、重心が原点となり、第一主成分が長軸で第二主成分が短軸となる。

#### 1) 中心の位置

図22の左側の楕円の中心はもとの座標での横座標と縦座標の平均の組合せである。中心の位置が目標点からズレている場合にはそのバイアス修正が必要になる。中心の位置自体に関して超回帰を求めて設計することも選択肢としてはあるが、多くの場合にはセットする位置の移動で解決した方がよい。紙ヘリコプターの場合には、解放装置を移動すれば簡単にバイアス修正ができる。



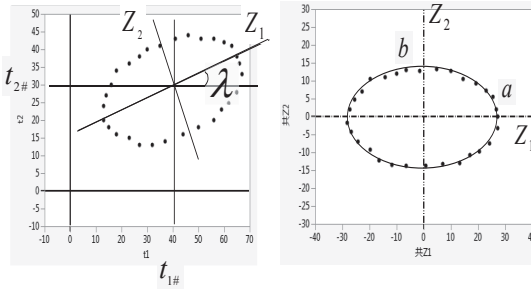


図22 分散共分散行列を出発行列とした主成分分析

## 2) 楕円の回転（長軸と短軸の回転）

図22の右側の楕円は左側に示しているもとの2次元データ（ $x$ ,  $y$ ）に対して出発行列を分散共分散行列とした主成分分析を行って（ $z_1$ ,  $z_2$ ）とする。このときの固有値  $\lambda_1$  と  $\lambda_2$  はそれぞれ主成分  $z_1$ ,  $z_2$  の分散である。主成分得点もとのデータとの式はそれぞれの固有値に対する固有ベクトル（ $w_{11}$ ,  $w_{12}$ ）と（ $w_{21}$ ,  $w_{22}$ ）を用いると式（4）のようになる。

$$\begin{aligned} z_1 &= w_{11}x + w_{12}y \\ z_2 &= w_{21}x + w_{22}y \end{aligned} \quad (4)$$

そして、長軸と短軸の回転角度  $\theta$  は式（4）より求めることができる。

$$\tan \theta = w_{12}/w_{11} = -w_{21}/w_{22} \quad (5)$$

出発行列を分散共分散行列とした主成分分析により楕円の原点と長軸と短軸を特定するとともに軸の回転角を把握する。出発行列を分散共分散行列とすることの重要な意義は、このもとの主軸変換は中心（重心）を原点としたうえでそれに座標回転をかけたただけなので、両者は楕円としては合同であるという点にある。

基盤楕円を求めるために主成分を変換する。このとき、主成分は平均が0なので、各々の主成分をその固有値の平方根で割って（ $z_{1\#}$ ,  $z_{2\#}$ ）に変換すると、基盤図形を円にすることができる。変換後の基盤円の半径として原点から（ $z_{1\#}$ ,  $z_{2\#}$ ）への距離の平均値を採用する。また、そのときの楕円パラメータを  $a$ ,  $b$  とするとそれからの間には以下の関係が存在する。

$$\text{楕円} : \frac{z_1^2}{(r\sqrt{\lambda_1})^2} + \frac{z_2^2}{(r\sqrt{\lambda_2})^2} = 1 \quad (6)$$

$$\text{円（変換）} : z_{1\#}^2 + z_{2\#}^2 = r^2 \quad (7)$$

$$\frac{z_1^2}{(\sqrt{\lambda_1})^2} + \frac{z_2^2}{(\sqrt{\lambda_2})^2} = r^2 \quad (8)$$

$$\text{楕円パラメータ} : a = r\sqrt{\lambda_1}, b = r\sqrt{\lambda_2}$$

## 3) ばらつきの大きさ

座標軸が回転をしているためにもとの横座標と縦座標の分散はそのままでは利用できない。長軸・短軸の角度  $\theta$  の回転のもとで、主成分のばらつき（分散は固有値）を用いる。そしてシグマ（標準偏差）は固有値の平方根なので、これを用いて設計の段階では3シグマあるいは2シグマを用いて定式化を行う。

## 4.2.2 確率楕円の設計

### 1) 中心の位置の設計

中心のずれの修正は解放装置の平行移動が簡単かつ明解で望ましいが、それができない場合には中心位置の式も定式化に加えて解く。しかし、このために制約式を2つ必要とするので方程式の自由度が2つ減る。したがって、中心のずれを定式化で修正することはできれば避けた方がよい。

### 2) 楕円の回転（長軸と短軸の回転）の設計

軸の回転角が問題となるのは楕円の場合である。もし形状が十分に円に近づいた場合には回転角の問題はなくなり、目標領域内に入るように定式化すればよい。

### 3) ばらつきの大きさ

3シグマ楕円が目標領域の中に入るように定式化すれば良い。円形でない場合には長軸と短軸の両方に関して定式化する必要がある。

## 4.3 確率楕円のアプローチの例

近年教育の場でよく用いられる紙ヘリコプター実験の事例のほとんどは、特性として滞空時間のみを扱っている。しかし、本研究は滞空時間に加えて着陸位置も取り上げる。このためにL8のResolution Vに3因子（翼長 [50,100], 翼幅 [20,40], 足長 [50,90]）を割り付け、各機体を（100cm,140cm,180cm）の3水準の高度から飛行して滞空時間を計った。そして、高度

180cmにおいては繰り返し20回の飛行を行って着陸位置のデータをとった。

4.3.1 得られた結果

図23はL8の各々の条件における20回の着陸の散布図である。図中には99%と95%の確率楕

円も示している。そして、表1はもとのx, yに関する結果、表2は出発行列が分散共分散行列の主成分分析の結果、表3は設計に用いる楕円の各種の特徴（係数）を示している。

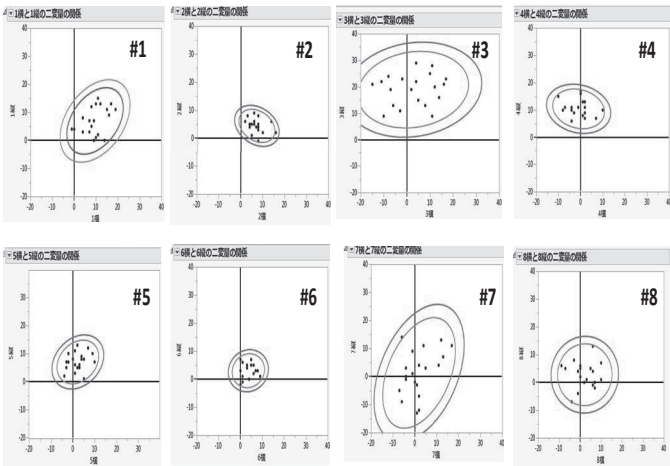


図23 確率楕円（99%楕円と95%楕円）

表1 xとyに関する結果

NO.	平均		標準偏差		相関係数
	xbar	ybar	x	y	
1	9.5	7.05	5.28	4.85	0.3938
2	7.2	4.55	3.37	2.42	-0.2925
3	2.6	19.1	9.80	5.90	0.1336
4	-1	10.6	4.79	2.96	-0.1669
5	2.15	7.15	3.91	3.18	0.2560
6	3.55	3.15	3.03	2.48	0.0795
7	1.85	1.4	6.81	8.05	0.4094
8	2.1	2.9	5.32	4.55	0.0178

表2 主成分分析の結果（出発行列：分散共分散行列）

固有値(分散)		固有値(SD)		固有ベクトル			
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\sqrt{\lambda_1}$	$\sqrt{\lambda_2}$	c①1	c①2	c②1	c②2
35.99	15.38	5.999	3.921	0.778	0.629	-0.6287	0.778
12.21	4.95	3.494	2.225	0.937	-0.35	0.7071	0.35
97	33.87	9.849	5.82	0.992	0.123	-0.1233	0.992
23.33	8.394	4.83	2.897	0.987	-0.16	0.16062	0.987
16.81	8.614	4.1	2.935	0.903	0.431	-0.4307	0.903
9.32	6.022	3.053	2.454	0.983	0.184	-0.1843	0.983
79.81	31.31	8.934	5.596	0.557	0.831	0.8307	-0.56
28.33	20.7	5.323	4.55	1.00	0.057	-0.057	0.998

表3 設計に用いる楕円の特徴（係数）

固有値(分散)		固有値(SD)		固有ベクトル			
$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\sqrt{\lambda_1}$	$\sqrt{\lambda_2}$	c①1	c①2	c②1	c②2
35.99	15.38	5.999	3.921	0.778	0.629	-0.6287	0.778
12.21	4.95	3.494	2.225	0.937	-0.35	0.7071	0.35
97	33.87	9.849	5.82	0.992	0.123	-0.1233	0.992
23.33	8.394	4.83	2.897	0.987	-0.16	0.16062	0.987
16.81	8.614	4.1	2.935	0.903	0.431	-0.4307	0.903
9.32	6.022	3.053	2.454	0.983	0.184	-0.1843	0.983
79.81	31.31	8.934	5.596	0.557	0.831	0.8307	-0.56
28.33	20.7	5.323	4.55	1.00	0.057	-0.057	0.998

### 4.3.2 2つのシナリオによる設計

基本的には楕円の面積が狭ければいいわけであるが、回転角 $\theta$ を0に近づけたいという場合もある。そこで2つのシナリオを取り上げて両者の解を比較する。なお、中心の位置は解放装置の移動で対応するので定式化には取り上げない。したがって定式化は主成分で行っている。

#### (1) 回転角を0にこだわるシナリオ

回転角を0にしたい場合には図24のような解となり、楕円面積が大きくなる。この楕円面積が受け入れられるのであればこれはこれで解として使用ができる。

もし楕円面積が大きいとなれば回転角 $\theta = 0$ の条件を外して楕円面積の縮小をはかる必要がある。その結果を次に示す。

#### (2) 回転角を0にすることにこだわらないシナリオ

回転角に関して0にこだわらなければその他の条件を有利にすることができる。図25にあるようにこの場合楕円面積が小さくなっている。311 mm<sup>2</sup>から220 mm<sup>2</sup>に縮小している。そのかわり回転角は4.3度となっている。

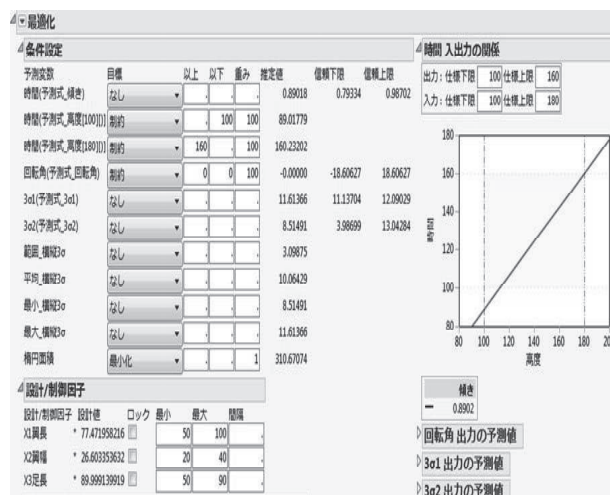


図24 回転角を0に拘るシナリオ

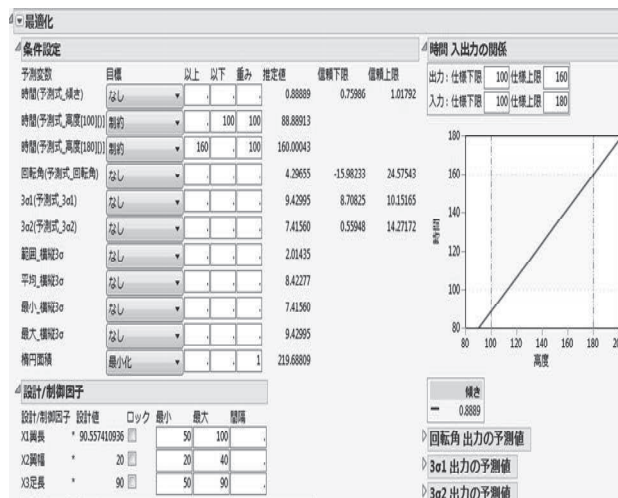


図25 回転角を0に拘らないシナリオ

## 5. おわりに

本研究は3つのことを提案した。1つ目の提案は複雑な関数は設計目的に基づいて必要な部分だけを取り出してモデル化を行うこと、2つ目の提案は共有する意味のある重要な設計因子だけを共有して設計すること、そして3つ目の提案は重要な複数の指標間で折り合いをつけることである。

本研究では関数の部分モデル化と設計因子の部分共有について論じた。実務における多様な設計を実践的に扱う上で、関数全体をそのまま近似することや設計因子の全てを共有することは多くの場合において必ずしも最善とはならない。そのような場合のためのアプローチとして関数の部分モデル化や設計因子の部分共有というアプローチが有効である。また、従来の紙ヘリコプター実験の特性は1次元分布の滞空時間のみであったが、本研究はこれに2次元分布の着陸位置（確率楕円）も加えた場合を取り上げ、陰関数タイプの描写設計における設計についてのアプローチ法も論じた。

今回提案した3つのアプローチを実際の事例に適用することが今後の課題である。

## 【主要参考文献】

- [1] 飯塚悦功(2009):「現代品質管理総論」, 朝倉書店.
- [2] 飯塚悦功(2013):「品質管理特別講義基礎編」, 日科技連出版社.
- [3] 飯塚悦功(2013):「品質管理特別講義運営編」, 日科技連出版社.
- [4] Joseph, V. R. and Wu, C. F. J. (2002): "Robust Parameter Design of Multiple-Target System", *Technometrics*, **44**, [4], 338-346.
- [5] Joseph, V. R. (2003): "Robust Parameter Design With Feed-Forward" *Technometrics*, **45**, [4], 284-292.
- [6] 河村敏彦(2011):「ロバストパラメータ設計」, 日科技連出版社.
- [7] 河村敏彦・高橋武則(2012):「誤差因子に繰り返しがある場合の望目特性に対するパラメータ設計」, 「Research Memorandum」統計数理研究所, [1157], 1-12.
- [8] 河村敏彦・高橋武則(2013):「統計モデルによるロバストパラメータデザイン」, 日科技連出版社.
- [9] 河村敏彦・高橋武則(2013):「動特性のパラメータ設計に対する統計的モデリングと最適化」, 「品質」, **43**, [3], 102-109.
- [10] 今野浩(1987):「線形計画法」, 日科技連出版社.
- [11] 久保幹雄・田村明久・松井知己(2005):「応用数理計画ハンドブック」, 朝倉書店.
- [12] Kume, H., Takahashi T., et.al 1985): *Statistical Methods for Quality Improvement*, AOTS.
- [13] 久野誉人・繁野麻衣子・後藤順哉(2012):「数理最適化」, オーム社.
- [14] 松岡由幸編著(2006):「製品開発のための統計解析学」, 共立出版
- [15] 松岡由幸・加藤健郎(2013):「ロバストデザイン～『不確かさ』に対して頑強な人工物の設計法～」, 森北出版株式会社.
- [16] Miller, A. and Wu, C. F. J. (1996): "Parameter design for signal-response systems: a different look at Taguchi's dynamic parameter design", *Statistical Science*, **11**, [2], 122-136.
- [17] 宮川雅巳(1998):「工系数学講座第14巻統計技法」, 共立出版.
- [18] 宮川雅巳(2000):「品質を獲得する技術」, 日科技連出版社.
- [19] 宮川雅巳(2006):「実験計画法特論」, 日科技連出版社.
- [20] Montgomery, D. C. (2001): *Design and Analysis of Experiments*, John Wiley & Sons.
- [21] 森輝雄(2005):「タグチメソッドの応用と数理」, トレンドブック.
- [22] Mori, T. (2011): *Taguchi methods: Benefits, Impacts, Mathematics, Statistics, and Applications*, ASME PRESS, New York.
- [23] Myers, R.H., Montgomery, D.C. and Anderson-Cook, C. M. (2009): *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments* (3rd ed.), Wiley, New York.
- [24] 永田靖(2009):「統計的品質管理」, 朝倉書店.
- [25] 小川昭・高橋武則(2015):「研削加工で形成した微小ガラス穴の描写変数を用いた最適化」, 「日本品質管理学会第109回研究発表会発表要旨集」, 23-26.
- [26] 小川昭・高橋武則(2015):「描写因子を用いた研削加工条件の最適化」, 「日本品質管理学会第108回研究発表会発表要旨集」, 17-20.
- [27] 小川昭・高橋武則(2015):「ガラス穴加工形状の解析と設計」, 「日本品質管理学会第107回研究発表会発表要旨集」, 163-166.
- [28] Phadke, M. S. (1989): *Quality Engineering using Robust Design*, Prentice Hall, Englewood



- cliffs, New Jersey.
- [29] (社)日本品質管理学会編(2009):「新品質保証ガイドブック(2009)」, 日科技連出版社.
- [30] (社)日本品質管理学会中部支部産学連携研究会編著(2010):「開発・設計における“Qの確保”—より高いモノづくり品質をめざして」, 日本規格協会.
- [31] Shoemaker, A. C., Tsui, K. L., and Wu, C. F. J.(1991): “Economical experimentation method for robust design”, *Technometrics*, **33**, [4], 415–427.
- [32] 鈴木義一郎(1995):「情報量規準による統計解析入門」, 講談社サイエンティフィク.
- [33] 鈴木圭介・高橋武則・川崎昌(2015):“医療・福祉のハードウェアの設計における設計因子の部分共有化”,「日本品質管理学会第109回研究発表会発表要旨集」, 19–22.
- [34] 鈴木圭介・高橋武則・川崎昌(2015):“医療・福祉の設計における部分共有”,「日本品質管理学会第108回研究発表会発表要旨集」, 21–24.
- [35] 田口玄一(1976, 1977):「第3版実験計画法(上)(下)」, 丸善.
- [36] 高橋武則(1986):「統計的推測の基礎」, 文化出版局.
- [37] 高橋武則(1991):“問題を構成する要素と構造”, 品質, **21**, [2], 23–33.
- [38] 高橋武則(1992):「統計的方法と管理・改善」, 品質月間委員会
- [39] 高橋武則(1993):「統計モデルとQC的問題解決法」, 日本規格協会
- [40] 高橋武則(1997):“模擬生産・模擬実験を用いた使命遂行型教育のもとでの回帰診断”,「品質管理」**48**, [1], 86–95.
- [41] 高橋武則(1998):「模擬生産・模擬実験と統計的品質管理」, 品質月間委員会
- [42] 高橋武則・田原慎一郎(2003):“因子数の多い実験のための複葉型紙ヘリコプターの提案”,「JSQC第71回研究発表会発表要旨集」, 219–222.
- [43] 高橋武則(2008):“超回帰最適化に基づく総合的頑健設計—統計的質経営と頑健設計の融合—”,「JSQC第86回研究発表会要旨集」, 95–98.
- [44] Takahashi, T.(2003):“Robust design for mass Production”, *Journal of Materials Processing Technologies*, [143–144], 68–73.
- [45] Takahashi, T. and Saito A.(2005):“Education of Robust Parameter Design by Twin Rotor Paper Helicopter”, *Proc. of International Conference on Quality '05 Tokyo*, CD proceeding.
- [46] Takahashi, T.(2009):“Robust Design by Hyper-regression Optimization”, *Proc. of the 7<sup>th</sup> Asian Network for Quality Congress*, Tokyo, 668–677.
- [47] Takahashi, T. (2009):“Quality Design and Evaluation Based on Hyper Structure for Quality Management”, *Proc. of the 7<sup>th</sup> Asian Network for Quality Congress*, Tokyo, 1502–1511.
- [48] Takahashi, T. (2009):“Robust Design by Hyper-regression Optimization～Fixed Output and Free Output～”, *Proc. of the 7<sup>th</sup> Asian Network for Quality Congress*, Tokyo, 1512–1521.
- [49] Takahashi, T. (2010):“HOPE Theory and JMP Software for Robust Design”, *Discovery Summit 2010*, 1–20.
- [50] 高橋武則(2010):“顧客要求域とPDCA型設計”,「JSQC第93回研究発表会発表要旨集」, 103–106.
- [51] 高橋武則(2010):“複数の特性の結合設計”,「JSQC第93回研究発表会発表要旨集」, 53–56.
- [52] 高橋武則(2010):“HOPE(階層構造最適化)を用いた設計における最適解の摂動的変更による上位の最適化”,「JSQC第40回年次大会研究発表会発表要旨集」, 109–112.
- [53] 高橋武則(2011):“解像度の高い階層解析”,「JSQC第95回研究発表会発表要旨集」, 233–236.
- [54] 高橋武則(2011):“調和設計”,「JSQC第95回研究発表会発表要旨集」, 237–240.
- [55] 高橋武則(2011):“頑健設計のための分離型の設計”,「JSQC第95回研究発表会発表要旨集」, 241–244.
- [56] 高橋武則(2011):“HOPEにおける超設計～複数の設計単位に対する構造的設計～”,「JSQC第96回研究発表会発表要旨集」, 57–60.
- [57] 高橋武則(2012):“因子役割未定型設計の理論”,「JSQC第98回研究発表会発表要旨集」, 233–236.
- [58] 高橋武則(2012):“因子役割未定型設計の適用”,「JSQC第98回研究発表会発表要旨集」, 237–240.
- [59] 高橋武則(2012):“入出力データの差分への分解と復元”,「JSQC第42回年次大会研究発表会発表要旨集」, 141–144.
- [60] 高橋武則(2012):“入出力データに対するベクトル型の超回帰”,「JSQC第42回年次大会研究発表会発表要旨集」, 145–148.
- [61] 高橋武則(2012):“調和設計の構造”,「JSQC第100回研究発表会発表要旨集」, 25–28.

- [62] 高橋武則(2012):“非線形入出力の解析と設計”,「JSQC第100回研究発表会発表要旨集」, 29-32.
- [63] 高橋武則・河村敏彦(2012):“多水準をもつ誤差因間の交互作用を考慮した望目特性のロバストパラメータ設計”,「Research Memorandum」, [1160], 1-11.
- [64] 高橋武則・鈴木圭介(2013):“調和設計の企画化とモデル化と最適化”,「目白大学経営学研究紀要」, [11], 17-43.
- [65] 高橋武則(2013):“調和設計における超設計”,「JSQC第101回研究発表会発表要旨集」, 135-138.
- [66] 高橋武則(2013):“調和設計における事前モデル化と事後モデル化”,「JSQC第102回研究発表会発表要旨集」, 37-40.
- [67] 高橋武則・河村敏彦(2013):“非線形システムに対するロバストパラメータ設計”,「品質」, 43, [2], 85-92.
- [68] 高橋武則(2013):“入出力データの差分への分解と復元”,「日本品質管理学会第42回年次大会研究発表会発表要旨集」, 141-144.
- [69] 高橋武則(2013):“入出力データに対するベクトル型の超回帰”,「日本品質管理学会第42回年次大会研究発表会発表要旨集」, 145-148.
- [70] 高橋武則(2014):“超最適化による調和設計—未来時制工学のための超最適化HOPE—”,「目白大学経営学研究紀要」, [12], 73-111.
- [71] 高橋武則・三井正(2014):“特性の空間分布を制御するパラメータ設計”,「日本品質管理学会第44回年次大会研究発表会発表要旨集」, 213-216.
- [72] 高橋武則(2015):“解析および設計のための形状や状態の時空間を用いた描写”,日本品質管理学会第107回研究発表会発表要旨集, pp. 87-90.
- [73] 高橋武則(2015):“設計における基本描写と合成描写”,「日本品質管理学会第108回研究発表会発表要旨集」, 13-16.
- [74] 高橋武則(2015):“関数の部分モデル化と設計因子の部分共有”,「日本品質管理学会第109回研究発表会発表要旨集」, 15-18.
- [75] 立林和夫(2004):「入門タグチメソッド」, 日科技連出版社.
- [76] 刀根薫(2007):「数理計画」, 朝倉書店.
- [77] 東京理科大学工学部経営工学科編(2005):「マネジメントサイエンス」, 培風館.
- [78] TQM委員会(2008):「TQM—21世紀の総合的質経営」, 日科技連出版社.
- [79] 椿広計(2006):「ビジネスへの統計モデルアプローチ」, 朝倉書店.
- [80] 椿広計(2006):“統計科学の横断性と設計科学への寄与”,「横幹」, 1, [1], 22-28.
- [81] Tsubaki, H., Nishina, K., Yamada, S.(Eds.) (2007): *The Grammar of Technology Development*, Springer.
- [82] 椿広計・河村敏彦(2008):「設計科学におけるタグチメソッド」, 日科技連出版社.
- [83] 筑波大学ビジネス科学研究科編(2003):「ビジネス数理への誘い」, 朝倉書店.
- [84] 鷺尾泰俊(1988):「実験の計画と解析」, 岩波書店.
- [85] 鷺尾泰俊(1997):「実験計画法入門(改訂版)」(第2版), 日本規格協会.
- [86] Wu, C. F. J. and Hamada, M.(2009): *Experiments: Planning, Analysis, and Optimization (2nd ed.)*, Wiley, New York.
- [87] 渡辺美智子・椿広計編著(2012):「問題解決学としての統計学」, 日科技連出版社.
- [88] 山田秀(2004):「実験計画法—方法編—」, 日科技連出版社.
- [89] 谷津進(1991):「実験の計画と解析基礎編」, 日本規格協会.
- [90] 谷津進(1991):「実験の計画と解析応用編」, 日本規格協会.
- [91] 谷津進(2001):「技術力を高める品質管理技法」, 朝倉書店.
- [92] 吉澤正(1992):「統計処理」, 岩波書店.