

加工形状描写関数に統計モデルを用いた穴加工の最適化

Optimization of Hole-making Machining Using a Statistical Model of Depictive Functions for Machined Shape

小川 昭 高橋 武則

(Akira OGAWA Takenori TAKAHASHI)

【要 約】

研削加工は機械加工の重要な技術の1つであり、硬脆材料であるガラスやセラミックスの加工に採用されることが多い。特に高機能ガラスの精密研削は、ダイヤモンド砥石を付着させた精密工具に超音波振動を援用させた超音波援用研削加工で行われる。

超音波を援用した場合、研削加工メカニズムは非常に複雑になる。加工要因として砥石の粒径や密度、工具の送り速度、回転速度、超音波振動等がある。これらは加工形状に対して主効果だけでなく2因子間、3因子間の交互作用をもつ。この加工メカニズムを解明し、研削加工の品質、コスト、納期を最適化することは極めて重要である。

本研究は、超音波援用研削によるガラスの穴開け加工を取り上げ、加工要因と加工形状測定データから加工形状を描写する関数を定義し、これに統計モデルを使用して複雑な加工メカニズムを統計的に解明する。さらにこの描写関数を目的関数とし、数理計画法プログラムの支援による穴加工の最適化を論じる。

キーワード：超音波援用研削加工、主効果と交互作用、描写関数、統計モデル、最適化

【Abstract】

Grinding is an important mechanical processing techniques that is frequently used for machining hard, brittle materials such as glass and ceramics. In particular, ultrasonic vibration-assisted grinding, carried out with a precision tool coated with a diamond grindstone, is used for the precision grinding of high-performance glass.

The incorporation of ultrasonic vibration assistance makes the grinding mechanism extremely complicated. The grindstone grain size and concentration as well as the feed rate, rotation speed, and ultrasonic vibration of the tool are factors that affect machining. The machined shape is affected not only by the main effects of each of these individually but also by the interactions of two or three factors with each other. The analysis of this machining mechanism is extremely important for optimizing the quality, cost, and work time of grinding.

In this study, we focused on hole making in glass by ultrasonic vibration-assisted grinding; defined functions for describing the machined shape using machining factors and machined shape measurement data; and used a statistical model to perform a statistical analysis of this

complex machining mechanism. We also discuss the optimization of hole machining processes using mathematical programming by considering depictive functions as objective functions.

Keyword : ultrasonic vibration-assisted grinding, main effect and interaction, depictive function, statistical model, optimization

1. はじめに

1.1 背景

資源の少ない日本は加工産業、加工貿易が重要である。加工には付加加工、成形加工、除去加工の3種があり、本研究で取り上げる除去加工は対象物の一部を除去して目的形状や寸法を得る加工でマイナス加工と呼ばれる。加工に使用されるエネルギーが機械的である場合を機械加工(machining)と呼び、その他のエネルギーを使用する場合を特殊加工と呼ぶ。

本研究の対象は、回転するドリル(加工ツール)を用いたロータリー加工に超音波を援用した研削(grinding)によるガラスの穴あけ除去加工である。加工に使用されるエネルギーは加工ツールを推し進める推進力、回転させる回転力、さらには加工ツールの刃先を超音波振動させる振動力でありいずれも機械的なものである。このような機械加工の研究は加工産業のさまざまな分野で必要とされている。

1.2 先行研究

超音波援用研削は、その概要が例えばThoe et. al. (1998)^[7]によって報告されており、材料除去率はHu et. al. (2002)^[5]などで報告されている。前者は超音波が加工特性に与える影響および複雑な3次元形状加工の問題点を報告し、後者はロータリー加工における加工材料の除去率を加工機の条件と関連付け、実験計画法を用いて主効果、2因子および3因子交互作用の影響まで研究している。いずれの研究においても加工形状を描写関数で描写しこれを最適化する研究は行われていない。

また、本研究と同様の加工機、加工ツール、加工材料を使用した研究として、Koshimizu and Aoki (2013)^[6]がある。これはガラスを材料とし、そこに発生するチップングのサイズ、加工表面粗さを評価特性として、加工機の加工条件との関連を研究したもので、加工形状を描写関数で記述しておらず、また形状を最適化する内容は含まれていない。

1.3 研究目的

本研究の目的は、機械加工で得られた形状を関数で記述し、この関数を目的関数とした最適化を実行することで機械加工を最適化する方法の提案である。具体的には、加工形状を描写するための描写関数を実験データを基にした統計モデルで構築すること、描写関数を目的関数として数理計画法のプログラム支援によりこれを最適化すること、さらに最適化された目的関数の実行可能解が存在し機械加工の視点から問題ないことを示すこと、である。

1.4 研究方法

超音波を援用したガラス穴研削加工の概要を図1に、ガラス穴形状を転写したレプリカの評価を図2に示す。加工形状を描写関数で記述する研究は、例えばOgawa and Takahashi (2015)^[1]がある。その中では穴形状を樹脂製レプリカで転写し、レプリカの稜線方向の形状を2次式の描写関数で研究し、その2次項を目的関数としてこれを最小化(最適化)する方法が紹介されている。また、穴形状を稜線方向だけでなく外周方向にも解析したものに小川・高橋(2015)^[4]がある。本研究では稜線方向の最適化を行い、外周方向の最適化はその方法を示す。

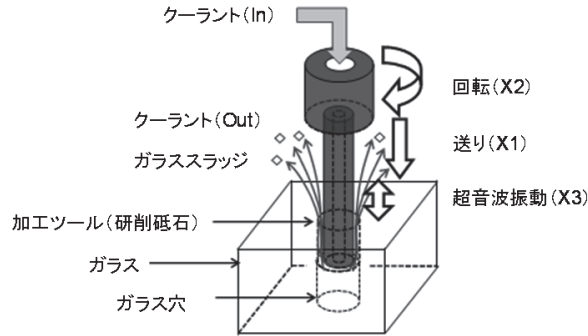


図1 ガラス穴研削加工の概要

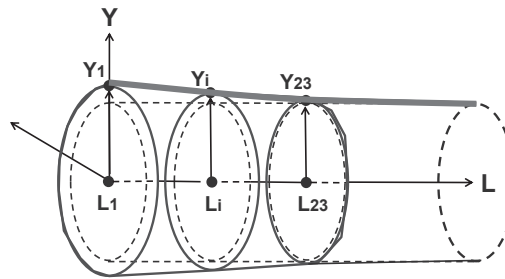


図2 ガラス穴形状を転写したレプリカの評価

2. 描写関数と統計モデル

2.1 描写関数

超音波援用研削加工でガラス穴を形成し、その内側形状をレプリカに転写することで外側形状に変換する。この外側形状がテーパ形状であり2次式で描写すると各項の係数の大きさは加工条件に左右される。加工条件と加工形状との因果関係は実験計画法（例えばMontgomery, D. C. (2005)^[3]）に沿った実験で得られた加工形状データ、そのデータから構築する統計モデルを解析することで説明される。統計モデルは形状を描写した関数であり描写関数と呼ぶ。加工形状がテーパ形状でなく、外周方向も真円であるという理想形状を実現するための加工条件は、この描写関数を目的関数として実加工のさまざまな制約条件の下で、数理計画法のプログラム支援により加工条件を最適化することで得られる。すなわち描写関数を数理計画法で最適化することで穴加工の最適化を実現する。数理計画法については、例えば伊理（1986）^[2]が本研究の参考になる。

2.2 統計モデル

描写関数として図2に示されたテーパ形状の稜線を表す2次関数を取りあげこれを（1）式に示す。外周方向については後述する。穴入口から出口に向かって位置を表すLを用いて中心線から稜線までの距離Yを表している。Lを中心化した $L_{\#}$ で表したものが（2）式、 $L_{\#}$ で（1）式を書き直したものが（3）式である。（3）式の3つの偏回帰係数は推定した偏回帰係数を表わす \sim （チルダ）を付けてベクトル $\vec{\beta}_{w\#} = (\tilde{\beta}_{0\#}, \tilde{\beta}_{1\#}, \tilde{\beta}_{2\#})$ となり、これを用いて（3）式は（5）式になる。加工機的设计因子である送り測定、回転数、超音波出力をそれぞれ x_1, x_2, x_3 として（6）式に、ツール、モード及びその交互作用をそれぞれ Z_T, Z_M, Z_{TM} として（7）式に表している。3つの偏回帰係数は $w = 0, 1, 2$ として（8）式で $\tilde{\beta}_{w\#}$ で表せる。その値は設計因子 x_1, x_2, x_3 及びツール、モードの関数となっている。（8）式を構成する4つの項は（9）式～（12）式で表されている。

$$y = \beta_0 + \beta_1 L + \beta_2 L^2 + \varepsilon \quad (1)$$

$$L_{\#} = L - \bar{L} \quad (2)$$

$$y = \beta_{0\#} + \beta_{1\#} L_{\#} + \beta_{2\#} L_{\#}^2 + \varepsilon \quad (3)$$

$$\tilde{\beta}_{w\#} = (\tilde{\beta}_{0\#}, \tilde{\beta}_{1\#}, \tilde{\beta}_{2\#}) \quad (4)$$

$$\tilde{y} = g(L_{\#}; \tilde{\beta}_{w\#}) = \tilde{\beta}_{0\#} + \tilde{\beta}_{1\#} L_{\#} + \tilde{\beta}_{2\#} L_{\#}^2 \quad (5)$$

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) \quad (6)$$

$$\mathbf{Z} = (Z_T, Z_M, Z_{TM}) \quad (7)$$

$$\tilde{\beta}_{w\#} = h_{w\#}(\mathbf{x}; \mathbf{Z}) = A_{w\#}(\mathbf{x}) + S_{w\#}^{(T)}(\mathbf{x})Z_T + S_{w\#}^{(M)}(\mathbf{x})Z_M + S_{w\#}^{(TM)}(\mathbf{x})Z_{TM} ; w = 0,1,2 \quad (8)$$

$$A_{w\#}(\mathbf{x}) = A_{w\#}(x_1, x_2, x_3) = C_w + \sum_{i=1}^3 C_{wi} (x_i - \bar{x}_i) + \sum_{i=1}^3 \sum_{i<j}^3 C_{wij} (x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j) \quad (9)$$

$$S_{w\#}^{(T)}(\mathbf{x}) = S_{w\#}^{(T)}(x_1, x_2, x_3) = C_w^{(T)} + \sum_{i=1}^3 C_{wi}^{(T)} (x_i - \bar{x}_i) + \sum_{i=1}^3 \sum_{i<j}^3 C_{wij}^{(T)} (x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j) \quad (10)$$

$$S_{w\#}^{(M)}(\mathbf{x}) = S_{w\#}^{(M)}(x_1, x_2, x_3) = C_w^{(M)} + \sum_{i=1}^3 C_{wi}^{(M)} (x_i - \bar{x}_i) + \sum_{i=1}^3 \sum_{i<j}^3 C_{wij}^{(M)} (x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j) \quad (11)$$

$$S_{w\#}^{(TM)}(\mathbf{x}) = S_{w\#}^{(TM)}(x_1, x_2, x_3) = C_w^{(TM)} + \sum_{i=1}^3 C_{wi}^{(TM)} (x_i - \bar{x}_i) + \sum_{i=1}^3 \sum_{i<j}^3 C_{wij}^{(TM)} (x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j) \quad (12)$$

3. 実験計画と結果

3.1 実験計画

設計因子である送り速度 (x_1), 回転速度 (x_2), 超音波出力 (x_3) をそれぞれ2水準で評価する。概要を表1に示す。 x_1 と x_3 の交互作用は固有技術の視点から存在が明らかで重要である。他の交互作用も含め2因子交互作用を全て独立に評価するために直交表計画L8のResolution Vの実験を計画する。

表1 設計因子として機械条件の3因子の水準

因子	名称	水準		主効果／交互作用		
		1	2	x_1	x_2	x_3
x_1	送り (mm/m)	1	4	◎	—	—
x_2	回転 (×1000rpm)	2.5	3.0	○	◎	—
x_3	振動 (%)	66	70	○	○	◎

◎：主効果，○：交互作用，—：対象外

表2 加工ツールと送りモードの2因子の水準

因子	名称	水準		主効果/交互作用	
		1	2	Tool	Mode
$S_i^{(T)}$	加工ツール	$S_1^{(T)}$	$S_2^{(T)}$	◎	—
$S_i^{(M)}$	送りモード	$S_1^{(M)}$	$S_2^{(M)}$	○	◎

◎：主効果，○：交互作用，—：対象外

加工要因の中で加工ツールと送りモードもそれぞれ2水準として表2に示すが，その水準選択はきわめて重要である．加工ツールは購入品で水準1が長期に渡り実績があり，また送りモードは生産性に優れる水準1が現実的である．これらを所与の前提条件として最適化を進める方法は「戦術的」である．一方，前提条件の変更も含めた最適化は「戦略的」である．これらは実験後の解析，最適化時に選択できることが望ましい．このような理由から，加工ツールと送りモードは設計因子ではなく，前提条件や経営判断を伴う「戦略因子」として扱う．そして戦略因子は実験の「計画段階」で検討する．すなわち設計因子は内側に，戦略因子は外側に配置した直積実験を計画すること，戦略因子相互の関係を独立に維持し，かつ交互作用を把握できるようにすることである．このため本研究では2つの戦略因子を2元配置で設定している．

実験回数は内側に $L8 = 8$ 回，外側に2因子×2水準 = 4回の合計 $8 \times 4 = 32$ 回となる．

3.2 結果

全32回の穴加工で形成した32個の穴にそれぞれレプリカ樹脂を流し，硬化後に引抜いて樹脂の表面の1稜線をレーザー顕微鏡で測定した．測定点は穴入口 ($L = 0$) から穴出口にかけて対応する箇所を一定間隔で23点測定した．その測定結果の一例を図3に示す．白角が測定点，黒丸は後述するモデルから求めた推定点である．加工条件は，送り (x_1) = 水準2 (4.0mm/m)，回転 (x_2) = 水準2 (3000rpm)，振動 (x_3) = 水準1 (66%) であり，加工ツール = 水準1，送りモード = 水準1である．これは現状の加工条件である．図3の測定点から明らかのように，穴入口 ($L = 1$) から穴奥 ($L = 11$) にかけて曲線的なテーパ形状である．テーパの程度は $L = 1$ で $Y = 1057$ ， $L = 11$ で $Y = 1025$ であるから $\Delta Y = 1057 - 1025 = 32$ である．テーパの曲線の程度が小さいこと， ΔY が小さいこと，が望ましい．

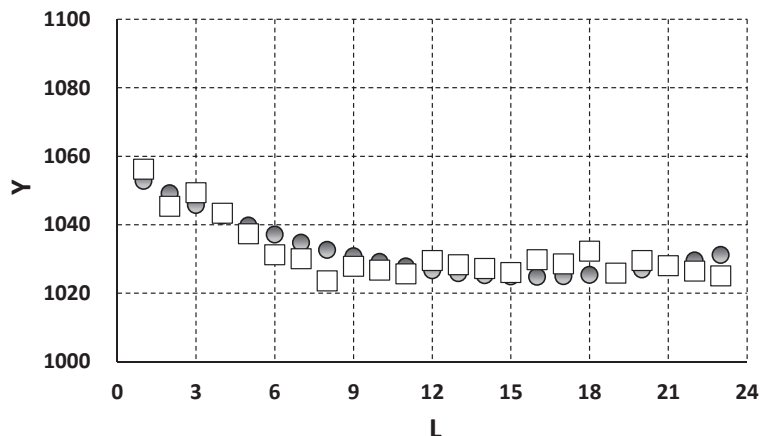


図3 レプリカ測定結果でテーパが大きい例
(実験No7, ツール=水準1, モード=水準1)

4. 統計モデルを用いた穴加工の最適化

4.1 モデルの変数選択

全穴加工形状を統計モデルで表すとき、推定される形状は曲線的なテーパ形状を表す(5)式の2次関数で表されるとして、その偏回帰係数である(8)式の値を求めることになる。(8)式の $w = 2$ が2次項でテーパの曲線を表しており、その内容は(9)式、(10)式、(11)式、(12)式で $w = 2$ として、どの項が有意であるかに依存する。実験データから変数選択後の2次項の要因に対する分散分析表を表3に示す。高次の要因が有意である場合はEffect Ordering Principle (EOP)^[8]に基づき低次の要因も有意とみなしている。この結果、テーパの曲線形状に影響を与える要因は表3に示す7要因である。

4.2. 偏回帰係数の決定

これら7要因が(9)式から(12)式の式に具体的に関与しているものだけを書き出して表示したものが(13)式~(17)式である。例えば、 x_1 、 x_3 、 x_1x_3 は(9)式に出現しそれを書き出すと(14)式になる。ここで C_2 、 C_{21} 、 C_{23} 、 C_{213} のパラメータは、別に求めた数値を代入している。同じく S_1 、 S_1x_1 、 S_1x_3 、 $S_1x_1x_3$ は(10)式に出現しそれを書き出すと(15)式になる。それぞれに関係しているパラメータは、別に求めた数値を代入している。

(11)式と(12)式を構成する要因は表3の中にはない。よって、(11)式に対応する(16)式と(12)式に対応する(17)式は存在しないとしていずれも0としている。

1次項および定数項についても全く同じ方法で偏回帰係数にあたる式を作成することができる。ここでは1次項を(18)式~(22)式に示し定数項の式は割愛する。

表3 変数選択後の2次項の要因に対する分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F 値	P 値
x_1	0.0023	1	0.0023	4.850	0.0375
x_3	0.0116	1	0.0116	24.150	0.0001
x_1x_3	0.0014	1	0.0014	2.982	0.0970
S_1	0.0150	1	0.0150	31.343	0.0001
S_1x_1	0.0063	1	0.0063	13.077	0.0014
S_1x_3	0.0031	1	0.0031	6.501	0.0176
$S_1x_1x_3$	0.0123	1	0.0123	25.565	0.0001
モデル	0.0520	7	0.0074	15.495	0.0001
誤差	0.0115	24	0.0005		
全体	0.0635	31			

$$\tilde{\beta}_{2\#} = A_{2\#}(\mathbf{x}) + S_{2\#}^{(T)}(\mathbf{x})Z_T + S_{2\#}^{(M)}(\mathbf{x})Z_M + S_{2\#}^{(TM)}(\mathbf{x})Z_{TM} \quad (13)$$

$$A_{2\#}(\mathbf{x}) = A_{2\#}(x_1, x_2, x_3) = C_2 + \sum_{i=1}^3 C_{2i}(x_i - \bar{x}_i) + \sum_{i=1}^3 \sum_{i < j}^3 C_{2ij}(x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j) \\ = 0.0274 + 0.017(x_1 - \bar{x}_1) - 0.038(x_3 - \bar{x}_3) - 0.0267(x_1 - \bar{x}_1)(x_3 - \bar{x}_3) \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
S_{2\#}^{(T)}(\mathbf{x}) &= S_{2\#}^{(T)}(x_1, x_2, x_3) = C_2^{(T)} + \sum_{i=1}^3 C_{2i}^{(T)}(x_i - \bar{x}_i) + \sum_{i=1}^3 \sum_{i<j}^3 C_{2ij}^{(T)}(x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j) \\
&= 0.0217 + 0.028(x_1 - \bar{x}_1) - 0.0197(x_3 - \bar{x}_3) - 0.0783(x_1 - \bar{x}_1)(x_3 - \bar{x}_3)
\end{aligned} \tag{15}$$

$$S_{2\#}^{(M)}(\mathbf{x}) = S_{2\#}^{(M)}(x_1, x_2, x_3) = 0 \tag{16}$$

$$S_{2\#}^{(TM)}(\mathbf{x}) = S_{2\#}^{(TM)}(x_1, x_2, x_3) = 0 \tag{17}$$

$$\tilde{\beta}_{1\#} = A_{1\#}(\mathbf{x}) + S_{1\#}^{(T)}(\mathbf{x})Z_T + S_{1\#}^{(M)}(\mathbf{x})Z_M + S_{1\#}^{(TM)}(\mathbf{x})Z_{TM} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
A_{1\#}(\mathbf{x}) &= A_{1\#}(x_1, x_2, x_3) = C_1 + \sum_{i=1}^3 C_{1i}(x_i - \bar{x}_i) + \sum_{i=1}^3 \sum_{i<j}^3 C_{1ij}(x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j) \\
&= -0.6679 - 0.0359(x_1 - \bar{x}_1) - 0.1955(x_2 - \bar{x}_2) + 0.1182(x_3 - \bar{x}_3) \\
&\quad - 0.2133(x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2) + 0.8037(x_1 - \bar{x}_1)(x_3 - \bar{x}_3) - 0.4648(x_2 - \bar{x}_2)(x_3 - \bar{x}_3)
\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}
S_{1\#}^{(T)}(\mathbf{x}) &= S_{1\#}^{(T)}(x_1, x_2, x_3) = C_1^{(T)} + \sum_{i=1}^3 C_{1i}^{(T)}(x_i - \bar{x}_i) + \sum_{i=1}^3 \sum_{i<j}^3 C_{1ij}^{(T)}(x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j) \\
&= -0.0827 - 0.0663(x_1 - \bar{x}_1) - 0.0266(x_2 - \bar{x}_2) + 0.1570(x_3 - \bar{x}_3) \\
&\quad - 0.2254(x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2) + 0.4632(x_1 - \bar{x}_1)(x_3 - \bar{x}_3) + 0.2460(x_2 - \bar{x}_2)(x_3 - \bar{x}_3)
\end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
S_{1\#}^{(M)}(\mathbf{x}) &= S_{1\#}^{(M)}(x_1, x_2, x_3) = C_1^{(M)} + \sum_{i=1}^3 C_{1i}^{(M)}(x_i - \bar{x}_i) + \sum_{i=1}^3 \sum_{i<j}^3 C_{1ij}^{(M)}(x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j) \\
&= -0.0118 + 0.0832(x_1 - \bar{x}_1) + 0.0540(x_2 - \bar{x}_2) - 0.1761(x_3 - \bar{x}_3) \\
&\quad - 0.161(x_1 - \bar{x}_1)(x_3 - \bar{x}_3) + 0.0238(x_2 - \bar{x}_2)(x_3 - \bar{x}_3)
\end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}
S_{1\#}^{(TM)}(\mathbf{x}) &= S_{1\#}^{(TM)}(x_1, x_2, x_3) = C_1^{(TM)} + \sum_{i=1}^3 C_{1i}^{(TM)}(x_i - \bar{x}_i) + \sum_{i=1}^3 \sum_{i<j}^3 C_{1ij}^{(TM)}(x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j) \\
&= 0.0315 - 0.1497(x_1 - \bar{x}_1) + 0.2084(x_2 - \bar{x}_2) - 0.0068(x_3 - \bar{x}_3) \\
&\quad - 0.7849(x_1 - \bar{x}_1)(x_3 - \bar{x}_3) + 0.5014(x_2 - \bar{x}_2)(x_3 - \bar{x}_3)
\end{aligned} \tag{22}$$

5. 稜線方向の最適化

穴入口から穴出口に向かって設計値に等しい直径で穴が形成される状態が理想だが、実際は穴入口が広がり穴出口に向かって徐々に狭くなるテーパ形状になる。これは2次項と1次項が非ゼロの状態、この2次項と1次項をゼロに近づけることが理想である。さらに穴の直径は定数項に対応しこれを設計値に近づけることが理想である。2次項、1次項、定数項を目標値に近づけることが最終目標だが、まず2次項をゼロにすることを稜線方向の最適化と定義する。

5.1 戦略因子を限定対応させたときの最適化

前提条件の変更も許容し、戦略因子を特定の水準に限定させる方法で最善の条件を設定する。すなわち、(5)式で表された穴形状の2次項を、設計因子、戦略因子すべてを含めてゼロに近づける。数理計画法の記述に従うと、目的関数である2次項の偏回帰係数 $\tilde{\beta}_{2\#}$ を制約条件の下で最小化することになる。数理計画法のプログラム支援の結果得られた2次項の偏回帰係数 $\tilde{\beta}_{2\#}$ は、設計因子と戦略因子を下記の設定値、水準にすることでゼロとなった。

$$\text{Minimize } |\tilde{\beta}_{2\#}| = |A_{2\#}(\mathbf{x}) + S_{2\#}^{(T)}(\mathbf{x})Z_T + S_{2\#}^{(M)}(\mathbf{x})Z_M + S_{2\#}^{(TM)}(\mathbf{x})Z_{TM}|$$

$$\text{Subject to } 1 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 2$$

$$Z_T = -1, 1$$

$$Z_M = -1, 1$$

$$Z_{TM} = Z_T \cdot Z_M$$

$$\text{最適解 } \tilde{\beta}_{2\#} = 0$$

$$\text{送り}(x_1) = 1.16 \quad (3.16 \text{ (mm/m)})$$

$$\text{回転}(x_2) = 1.02 \quad (2510 \text{ (rpm)})$$

$$\text{振動}(x_3) = 1.76 \quad (69 \text{ (\%)})$$

$$\text{ツール}(Z_T) = 1$$

$$\text{モード}(Z_M) = 1$$

限定対応で得られた最適解は、テーパーの少ない良好な加工が、低速な送りと低速な回転を行い、研削力を高めるために振動のエネルギーを高めた状態で、ツールとモードが1の値をとるそれぞれ水準2とすることであると判明した。この最適解は固有技術の視点に合致するものである。テーパーの程度として穴入口と穴奥とのYの値の差 ΔY を計算すると $\Delta Y = 10$ であり、図2に示した現状の加工条件の $\Delta Y = 32$ のおよそ1/3に低減することになる。

5.2 戦略因子を個別対応させたときの最適化

前提条件としてのツールの水準を変更しない場合、すなわちツールは水準1に固定し、その下で最善の穴加工条件を探索する。これは(5)の2次項を、設計因子とモードの条件でゼロにすることになる。数理計画法の記述に従うと、目的関数は前項と同じだが制約条件が異なり下記のようになる。この下で最小化することになる。その結果得られた2次項の偏回帰係数 $\tilde{\beta}_{2\#}$ は完全にはゼロにならず $\tilde{\beta}_{2\#} = 0.016$ となった。一方、図3に示された現状条件での2次項の偏回帰係数を求めると $\tilde{\beta}_{2\#} = 0.127$ である。個別対応での最適化では僅かに曲線形状は残っているが現状条件の2次項の偏回帰係数の1/8に改善されている。

$$\text{Minimize } |\tilde{\beta}_{2\#}| = |A_{2\#}(\mathbf{x}) + S_{2\#}^{(T)}(\mathbf{x})Z_T + S_{2\#}^{(M)}(\mathbf{x})Z_M + S_{2\#}^{(TM)}(\mathbf{x})Z_{TM}|$$

$$\begin{aligned} \text{Subject to} \quad & 1 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 2 \\ & Z_T = -1 \quad (\text{固定}) \\ & Z_M = -1, 1 \\ & Z_{TM} = -Z_M \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{最適解} \quad & \tilde{\beta}_{2\#} = 0.016 \\ & \text{送り}(x_1) = 2.00 \quad (4.00 \text{ (mm/m)}) \\ & \text{回転}(x_2) = 1.88 \quad (2940 \text{ (rpm)}) \\ & \text{振動}(x_3) = 2.00 \quad (70 \text{ (\%)}) \\ & \text{ツール}(Z_T) = -1 \quad (\text{固定}) \\ & \text{モード}(Z_M) = 1 \end{aligned}$$

穴入口と穴奥とのYの値の差 ΔY を計算すると $\Delta Y = 15$ であり、図3に示した現状の加工条件の $\Delta Y = 32$ のおよそ1/2に低減しており最適化の効果がある。

6. 外周方向の統計モデルの構築

6.1 稜線方向と外周方向のモデルの違い

外周方向の統計モデルを構築するイメージを図4に示す。(1)はレプリカの稜線を複数測定するイメージである。(2)はレプリカの外周方向を測定するイメージである。前述したように稜線方向の特性値Yは描写変数Lの陽関数で記述でき、この陽関数を目的関数として最適化が可能である。一方外周方向では外周点YをLの陽関数で記述できない。YをLの陽関数で記述できないと、稜線方向で行った最適化の手法、すなわちYについての統計モデルを目的関数として最適化することが困難である。そこで描写変数 L_i の位置での外周点を(2)のような断面で想定し θ_1 から θ_j ($j = 1, 2, \dots, 8$)までの外周点の中心軸からの距離を測定する。 θ_j の位置での中心軸からの距離を使用すると外周方向のモデルを構築することができ、稜線方向で行った最適化の手法が使用できる。しかしこの場合中心軸が定義できること、すなわち真円であることが前提条件となる。外周方向の形状は真円でない可能性があり、この方法は一般的ではない。

6.2 真円でない形状を評価する外周方向の統計モデル

真円でない形状を評価するための外周方向の統計モデルを以下に説明する。レプリカを切断して断面を形成しその外周を計測し、任意のX-Y座標にプロットする。このデータが真円ではなく楕円であると仮定する。真円は楕円の特別な場合と考えることができる。分散共分散行列を出発行列として主成分分析し、第1、第2主成分を Z_1, Z_2 とすると、データはX-Y座標から Z_1 - Z_2 座標に変換され、この楕円の楕円パラメータa, bは θ_j ($j = 1, 2, \dots, 8$)を (Z_1, Z_2) 座標で (Z_{1j}, Z_{2j}) で表し、 Z_{1j}, Z_{2j} の最大値と最小値をそれぞれ $Z_{1\max}, Z_{2\max}, Z_{1\min}, Z_{2\min}$ とすれば(23)式と(24)式で計算される。

$$a = (Z_{1\max} - Z_{1\min})/2 \quad (23)$$

$$b = (Z_{2\max} - Z_{2\min})/2 \quad (24)$$

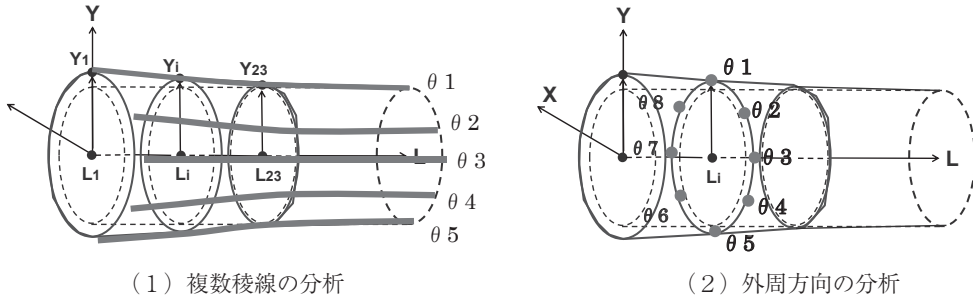


図4 レプリカの複数稜線と外周方向の分析イメージ

次に楕円の2つの焦点を(25)式と(26)式で計算し、そこから外周点Pまでの距離和Lを(27)式で計算する。ここではLを外周方向を描写する描写関数と新たに定義し、稜線方向の分析に使用した描写変数Lと区別する。

$$F_1 = (-\sqrt{a^2 - b^2}, 0) \quad (25)$$

$$F_2 = (\sqrt{a^2 - b^2}, 0) \quad (26)$$

$$L = F_1P + F_2P \quad (27)$$

外周点PとZ1, Z2の交点とを結んだ線がZ1となす角度を θ とし、あるサンプルの距離和Lを表したものが図5である。 θ とLで表した座標を楕円極座標($\theta, L: a, b$)と定義する。図5はLの平均値(Ave: Average)と標準偏差(RMSE: Root Mean Square Error)も示している。

6.3 外周方向の統計モデルを用いた評価

図5の外周方向の評価結果を表4に示す。ここには楕円の離心率e, 扁平率f, さらには変動係数CV(Coefficient of Variation)に相当するRMSE/Ave.Lをまとめて示している。この結果から、以下の評価結果が得られる。

- (1) Ave_Lは、レプリカの平均的な直径、すなわち穴の直径の平均値と対応している。
- (2) RMSEは、Lのばらつきを標準偏差で表し、外周の粗さに対応している。
- (3) 離心率eと扁平率fは、楕円の程度に対応している。

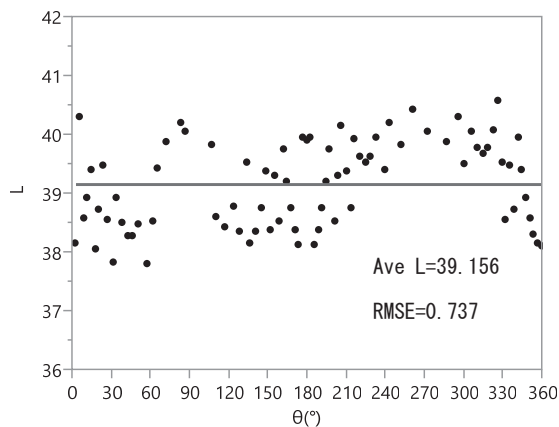


図5 外周点の楕円極座標($\theta, L: a, b$)表示

(4) 変動係数CVは、直径に対する外周の粗さ、すなわち相対粗さに対応している。

ここではJIS規格に定義されている真円度を指標として挙げていない。本研究のように外周方向を連続的に分析する指標として活用できるか今後調査する。

表4 外周方向の統計モデルを用いた評価

	指標	サンプル
L	距離	-
θ	回転角	-
Max_Z1	-	20.065
Min_Z1	-	-19.959
(Max_Z1-Min_Z1)/2	a	20.012
Max_Z2	-	19.990
Min_Z2	-	-20.008
(Max_Z2-Min_Z2)/2	b	19.999
Ave.L	Average	39.156
RMSE	SD	0.737
$\sqrt{1 - \left(\frac{a^2}{b^2}\right)}$	離心率e	3.6E-2
1 - a/b	扁平率f	6.5E-4
RMSE/ Ave.L	CV	1.9E-2

6.4 外周方向の統計モデルを用いた最適化

外周方向の最適化も基本的には稜線方向の最適化と同様に行うことができる。すなわち、設計因子である送り速度 (x_1)、回転速度 (x_2)、超音波出力 (x_3) をそれぞれ2水準、戦略因子である加工ツールと送りモードもそれぞれ2水準で評価する実験を行う。稜線方向の実験結果の一例である図3は外周方向では図5に対応する。稜線方向の描写関数として定義した(1)式は外周方向では(27)式となる。今後、実験を実施し実データを用いた最適化を実行して外周方向の最適化を検証する。実データから得られた外周形状が関数の形で表現できれば、その解析は4章で示した統計モデルによる解析と同様になる。

7. おわりに

本研究では、超音波援用研削加工を使用し、実験計画法に沿った直積実験でガラスに開けた多数の穴形状を、実験データを基にした統計モデルにより構築した描写関数で記述した。穴形状は稜線方向と外周方向に分解し、前者は2次関数描写、後者は楕円形状を仮定した描写を行った。

稜線方向の最適化は、2次関数のなかの2次項を0とすること、すなわち曲線的ではなく直線的な穴形状を実現させることを目標とした。数理計画法のプログラム支援で実行可能解の存在を示し、これが機械の加工条件の範囲内で適合することを示した。

外周方向の解析で楕円形状を仮定した場合、長軸と短軸の交点を中心とし、中心と外周点を結んだ線分が長軸と作る角度、さらに楕円の2つの焦点から外周点までの距離の和を考え、外周点を角度と距離の2次元表示で示す楕円極座標を定義し、このもとで通常は陰関数で表示される楕円形状を陽関数化し、稜線方向と同じ手法で最適化を行うことが可能であることを示した。

一般に $y = f(\theta) + \varepsilon$ で記述される対象において、本来は関数 $f(\theta)$ の統計モデルを定義してこれを解析するのだが、今回の外周方向の解析では関数 $f(\theta)$ をモデル化せずに $y = \mu + \lambda = \mu + (\text{LOF} + \varepsilon)$ 、すなわち平均と誤差 (LOF と誤差の和) ととらえ、誤差に関しては標準偏差で把握した。こ

の場合でも、誤差を範囲（=最大-最小）として評価する方法（JISで定義されている真円度）より標準偏差のほうがばらつきに関してはきめ細かい評価となる。今後は $y = f(\theta) + \varepsilon$ を適切な関数で近似した統計モデルを用いてより精緻な解析と設計を行うことが課題である。

【引用文献】

- [1] Ogawa, A. and Takahashi, T. (2015) : "Design for multi characteristics using multi input and hierarchical structure model; total optimization of glass parts manufacturing", Proceeding of the 13th ANQ Congress, JP-33.
- [2] 伊理正夫 (1986) : 『線形計画法』, 共立出版.
- [3] Montgomery, D.C. (2005) : Design and Analysis of Experiments (6th ed.), John Wiley, New York.
- [4] 小川昭・高橋武則 (2015) : "研削加工で形成した微小ガラス穴の描写変数を用いた最適化", JSQC 第109回研究発表会発表要旨集, pp23-26.
- [5] Hu, P., Zhang, J.M., Pei, Z.J. and Treadwell, C. (2002): "Modeling of material removal rate in rotary ultrasonic machining: designed experiments", Journal of Materials Processing Technology 129,[1-3], 339-344.
- [6] Koshimizu, S. and Aoki, S. (2013) : "Micro-Grooving of Glass Using Small-Diameter Diamond Grindstone with Ultrasonic Vibration", Advanced Material Research, Vol.797, pp363-373.
- [7] Thoe, T.B., Aspinwall, D.K. and Eise, M. L. H. (1998) : "Review on ultrasonic machining", International Journal of Machine Tools and Manufacture 38, [4], 239-255.
- [8] Wu, C. F. J. and Hamada, M. (2009) : Experiments: Planning, Analysis, and Optimization (2nd ed.), John Wiley, New York.