

設計のマネジメント ～設計における認識と創造～

Management of Designing ～ Recognition and Creation in Designing ～

高橋 武則
(Takenori TAKAHASHI)

【要 約】

TQMの目指すところは質を中核とした総合的な経営であり、その中身は質の創造と保証の2つから構成されている。質の創造には企画（What：何を作るべきかの概要決定）と設計（How：作るべきものの諸元の詳細決定）があり、本研究は質の創造に焦点を絞りそのためのHOPE理論を紹介し議論する。これは概念と数理と技法の3つの要素から構成されている。従来の設計は主に出力に焦点が合わされ所与の制約のもとで最適化されるため、それは戦術的な設計であって戦略的な設計ではない。今日では、進化した設計は柔軟なアプローチに基づく逐次対話型最適化を通しての関係者による戦略的で政略的な合意形成を必要としている。

キーワード：質創造，合意形成，逐次対話型最適化，柔軟設計

【Abstract】

TQM aims at comprehensive business management with a central focus on quality, and consists of two parts, i.e. creation and assurance of quality. Creation of quality can be achieved by planning (What: decision of rough idea of product to be produced) and design (How: decision of detailed parameters of product to be produced). This paper introduces and discusses the HOPE theory with a focus on creation of quality. It is made up of three elements, i.e. concept, approach and mathematical principle. The conventional design focuses on the output mainly and it is optimized under the given conditions, so that it is not strategic design but tactical design. Nowadays, the evolved design needs strategic and political consensus building by stakeholders through stepwise conversational optimization based on flexible approach.

Keyword：quality creation, consensus building, stepwise conversational optimization, flexible design

1. はじめに

1.1 質の創造と保証

質 (quality) を中核とした経営であるTQM (total quality management) を車に例えればその両輪は「質創造」と「質保証」である。質創造とは新しい質を生み出すことであり、質保証とは提供する質が間違いの無いものであることを請け負うことである。そして「質」の意味するところは歴史的な変遷を経て、最初は「規格適合」であり、その後は「要求適合 (顧客満足)」となり、最近では「価値調和 (関係者価値)」へと移りつつある。本研究で議論する質と価値の関連についてここで触れておきたい。

広辞苑は「価値」を以下の様に定義している。

第一義：物事の役に立つ性質・程度。

第二義：「よい」といわれる性質。

いずれも価値は質と同義であることを意味している。逆に、広辞苑は「質」を第五義まで定義しているが、ここでは以下に第二義までを示す。

第一義：生まれつき、天性。「天性の－」「性質・体質」

第二義：内容、中身、価値。「－が落ちる」「量より－」「物質・品質」

第二義において質は価値と同義であることが示されている。以上より、質と価値はほぼ同義と考えることができる。本研究では以後は質という表現に統一するが、それは価値と同義であるという立場で議論を行う。

時制という観点で質をとらえると、質に過去、現在、未来が存在する。本研究で扱う未来形の質とは、いまだ存在していない質であり、これを議論するためには企画 (What: 何を作るのか) と設計 (How: どう作るのか) が必要となる。より厳密に言えば、設計の基盤である開発 (いかなる技術で作るのか) もある。しかし開発は固有技術の世界に強くかわるものである。そこで本研究では企画と開発を所与としたもとで、設計に焦点を合わせて論ずる。

TQMでは質創造したものは必ず質保証しなければならない。そして質保証が万全でないと質創造は難しい。何故ならば、質創造は模型 (多くは数式で表現される) に基づいて行われるが、模型はデータにより構築されるからであ

る。信頼の置ける (質保証を視野に置いた) 設計は信頼の置ける模型を用いて行われ、信頼の置ける模型は信頼の置けるデータに基づいて構築される。そして、信頼の置けるデータは質保証のできる工程から得られるのである。それ故にTQMは質創造と質保証を両輪としているのである。

実務では、最初は質保証から入り、質保証が確約されたもとで設計に入るというステップが原則である。それは、設計の前提として質保証を必要としているからである。世の中の設計における失敗事例の多くは質保証の不十分さに起因していることを明記したい。そもそも質保証の不十分な現場から得られた信頼の置けないデータに基づく設計は破綻するし、シミュレーション実験という信頼のおけるデータ (シミュレーションは正しいと仮定しての話ではあるが) に基づく設計の場合でも、質保証の不十分な現場では製造段階で失敗することになる。

1.2 TQMと設計論HOPE

TQMの目指すところは質を中核とした総合的な経営であり、その中身は質の創造と保証の2つから構成されている。質の創造には何を作るかの概要決定である企画と作るものの諸元の詳細決定である設計があり、本研究は設計に焦点を絞りそのためのHOPE理論を紹介し議論する。これは概念と数理と技法の3つの要素から構成されている。

HOPE理論はTQMに基づいた設計論である。TQMは質を中核とした経営で、質創造と質保証から構成されている。前者は新しい質を生み出すことであり、後者は提供する質が間違いのないものであることを請け負うことである。前者を行う際に十分な配慮 (トラブルの未然防止) をすれば、それは取りも直さず後者に繋がる点で両者は関連しており、真の質保証は質創造から始まっている。質創造はこれからの質、すなわちいまだ存在していない質 (未来時制の質) を扱うものである。

TQMの要点を簡潔に表現すれば、「望ましい質を適性コストで速く確実に提供することを全社で取り組むこと」となる。これを口語で簡潔に表現すれば、「良い、安い、早い、を全社で保

証する”ということになる。このために必要な設計は質を中核としたシステムティックな設計である。それは、多種の項目（特性、経営指標）に目配りをした上で、顧客・従業員・関係会社・社会・地球環境など多数の関係するものに対して全体として調和のとれた設計であることが必要である。このような設計においては関係するものが多種多様なためにトレード・オフの問題を克服しなければならない。複雑なトレード・オフがある以上、関係者全員の満足度を矛盾なく高めることのできる絶対的に完全な最適解を得ることは不可能である。そこで、全員が高い満足を得ることはできなくても納得して合意できる解を求める設計を行うことが現実的である。

HOPE理論が考える質設計とは、「設計対象の諸元の条件決定に関して、質を中核において全体的な目配りのもとに逐次対話型最適化で関係者の合意を形成すること」である。その最も本質的な考えは「設計＝関係者の合意形成」である。そして、HOPE理論は合意を形成するに当たり、独善的ではなく協調的な話し合いを行い、主観的ではなく客観的かつ科学的に進めるために数値的方法を可視化した形で活用する。

本研究では超最適化HOPE理論という設計理論について議論するが、そのアプローチの数理は模型（数式）に基づくために模型化（数式構築）についても若干触れる。設計論としてのHOPE理論の本質には高度化と複雑化と自由化がある。本研究では高度化の中の調和設計に焦点を合わせて論じる。また、HOPE理論の立場では模型化とは対象の客観的な（数理的な）認識のことであり、最適化とは模型に基づく創造すなわち設計のことである。

数理計画法を用いて設計を行う場合、複雑な定式化のもとでは厳密解を得ることがしばしば困難になる。近年はコンピュータの発達により、短時間に得られる実用的な解としてヒューリスティック解が重要な役割を果たしている。HOPE理論においても厳密解が得られることは望ましいと考えるが、しかし必ずしもそれにはとらわれない。むしろ短時間にヒューリスティック解を求めて何度も「求解のPDCAサイクル」を回す方が合理的と考えている。さらには、

正式な解（実行可能解の中から選択された解）とともに、準解（quasi solution）も検討の対象とする。本来数理計画法においてはすべての制約条件を満たす実行可能解の集合の中から目的関数を最適化するものが最適解となる。しかし、多種の制約条件が用意された場合には、すべての制約条件を満たす実行可能解が存在しないことがしばしば発生する。特に求解の初期段階では情報が少ないために関係者間の調整のない独自の要求の制約条件のもとでは実行可能解が存在しないことは珍しくない。

その場合に、数学的には解無しとなるが、実行可能解領域の近くに存在する条件を取り上げて検討対象にすることは現実的である。これを本研究では準解（解に準ずるもの）と呼ぶ。もし制約条件を譲歩すれば、そのことによりそれは実行可能解となるからである。設計の話し合いの場では、数学的に厳密な解でも合意を得られないことが多々あり、逆に準解でも合意が得られる可能性は十分にある。準解に対して合意が得られたら、その段階で制約条件を緩和して再定式化すれば準解を正式な解にすることができる。

1.3 数理的最適解とPDCA最適解

工学的・経営学的観点からすると数理的最適解には2つの問題がある。その1は、現実問題には込み入った付帯条件がたくさん付くことが多く、これらをすべて踏まえて求解すると定式化はエレガンスから遥かに遠ざかる。そして、しばしば解自体が求まらないという事態を招くことになる。つまり制約条件を満たす実行可能領域自体が存在しないのである。その2は、数理的に解かれた良い解であっても、それに対して関係者の中の誰かが反対するとそれを採用することが困難になる。

両者はいずれもネゴシエーション（交渉）で解決できることが多い。前者に関しては準解を検討の対象にし、ネゴシエーションによって受け容れ可能となれば、次の定式化で制約条件を譲る（広げる）ことにより正式な解となり得るのである。後者はまさにネゴシエーションそのものである。全ての関係者の満足する解は現実には存在しないため、結局のところ協調的な話

し合いにより、どうしても譲れない条件は守りながらも、譲れる条件は可能な限り譲ることが必要である。

2. 超質設計

2.1 設計とは何か（設計の多面性）

設計とは何かということを考える上で、世に言う“設計”というものには多面性があり、単純に一面的にとらえることはできない。広辞苑では、設計は「ある目的を具体化する作業。製作・工事などに当たり、工費・敷地・材料および構造上の諸点などの計画を立て図面その他の方式で明示すること。」と定義されている。最初の表現は抽象的なものではあるが本質をついており、広く様々な物事を対象としている。続く表現は具体的でもの作りに焦点を合わせている。しかし対象をもの作りに絞ってはいるが、中身は広範な意味を持っている。二つの表現から、対象は広く様々なものがあり、内容も諸々のものがあることがわかる。

広辞苑の定義は動名詞、すなわち行為としての設計である。しかしながら一方でしばしば用いられるのは設計行為の結果としての名詞、すなわち明示された内容としても設計という表現が用いられる。本研究では設計の対象として、商品（製品、サービス）とプロセス（製造工程、提供過程）を取り上げる。

本研究においても議論する状況で以下の様に様々な表現を行う。一見異なるそれぞれの表現は、あたかも3次元空間の「円柱」を上から見た平面図は「円」で、前から見た正面図は「四角形」であるように異なっているが、それらを合わせたものがまさに「円柱」なのである。設計という言葉に関しても同様に、多面的に（複眼的に）見たものを総合して全体を推し量ることしかできない。本研究では、設計は以下の様な多面的特徴をもつものと考えている。

- *設計は対象の諸元（因子と水準）の決定である。
- *設計は未来形の質（これから実現する質）である。
- *設計は仮説であり自由な創造である。
- *設計が採用されるには予測の実現の確認が不可欠である。

*再現性を確実にするためには妥当な模型で数理的に設計する必要がある。

*妥当な模型には証明された真の模型（理論模型）と寄与率の高い近似模型との二つがある。

2.2 質とは何か

質設計とは質を中核とした設計である。したがって、設計に続いて質とは何かを明らかにしなければならない。二たび広辞苑によれば、質は第1義として「生まれつき、天性。」と定義された後に続いて第2義として「内容、中身、価値」と定義されている。本研究では第2義の中の「価値」に注目する。良い質とは価値の高いもののことであるが、このとらえ方は時代を背景としてその意味が歴史的に変遷している。

質の歴史は「質＝規格適合」（プロダクトアウト）に始まり、その後「質＝要求適合＝顧客満足」（マーケットイン）に移行した。最初は検査で合格したもの、すなわち規格に適合したものが価値あるものであった。規格は設計者の美学・哲学・良心・誠意を反映したもので、検査によって規格に合致したと判断されたものが悪かろうはずがないという考えである。しかし、悪かろうはずがないものが市場で売れないという事態が起きた際に「質＝規格適合」に対して反例が生じたことになる。この事態を説明できる合理的なものとして「質＝要求適合＝顧客満足」が登場した。商品を購入する立場の顧客は自分の要求に適合すると思われるものを対価を支払って購入し、それを使った時に要求を実現してくれることにより満足をするという構造である。この観点から、「質＝規格適合」はプロダクトアウト（作り手の考えで作る）で、「質＝要求適合＝顧客満足」はマーケットイン（買い手の求めるものを作る）と区別されるようになった。

しかしながら、やがて顧客満足は万能ではないことが明らかになった。顧客満足は重要なものであることは確かであるが、多様な顧客の満足や多数の関係者の複雑な構造の満足の間ではトレード・オフが生じるために満足というキーワードでは解決が困難な場合が少なくない。なお、規格適合および要求適合における適合と

は、評価によって対象が基準を満たしていることである。

そこで三たび広辞苑によれば、評価とは「善悪・美醜・優劣などの価値を判じ定めること」である。しかし、評価が高いから必ず受け容れられるとは限らないし、逆に評価が低いからといって常に受け容れられないとは限らない。以上の背景から、本研究では「質＝関係者の納得」、そして「設計＝関係者の合意形成」と考える。

関係者の合意形成はその手続きが重要である。ある時点で突然に諸元（設計因子とその水準）を示して「イエスカノーカ」を迫るのは合意を形成することではない。合意は何度も対話して納得することではじめて形成できるものである。関係者が多い場合には可能な限り全員が一同に会して議論することが望ましい。本研究はこのためのアプローチを議論する。

2.3 質設計とは何か

すでに述べたように、質設計とは質を中核とした設計である。そして、それは関係者の合意形成という形で諸元を決定することである。設計側の思いに基づく諸元の決定（プロダクトアウト）ではないし、顧客要求のみに焦点を合わせた諸元の決定（マーケットイン）でもないのである。

関係者となると多数の立場の人々が対象になる。したがって合理的な合意形成の進め方が必要になる。闇雲に議論しても話しはまとまらない。このためのアプローチ方法の基礎となる設計理論としてHOPE理論を整理するとともにあらたな提案も行う。

2.4 構造化とは何か

構造化の議論をする前に、この議論に必要な主体・客体・指標という言葉の定義を示しておく。

主体：設計を行うものである。

客体：設計で配慮される対象である。

指標：設計因子の関数で特性と項目がある。

【注】特性は対象の持つ固有の性質で存在意義（レゾンデートル）そのものにかかわる本質的なものであり、項目の方は

付带的なものである。

単純なものに関して一人が設計をするのであればそれほど難しいことではない。しかし、多数の立場の人が集まり、複雑な対象（商品、プロセス）を設計する場合には、そもそも主体が構造化され、客体も構造化され、指標も構造化されることが避けられない。

構造化という言葉は名詞「構造」に、接尾辞「化」がついたものである。したがって構造化の意味をクリアにするためには構造を調べる必要がある。四たび広辞苑によれば、構造とは「いくつかの材料を組み合わせでこしらえたもの。またそのしくみ。」と定義されている。したがって接頭辞「化」を付けて、構造化を「いくつかの材料を組み合わせでこしらえること」と理解できる。

ここで言う構造とは階層構造のことである。階層構造は数学的に特別な意味があるので本研究では次の意味で用いる。階層構造とは、「ある構造の中に別の構造を内包している状態」のことである。主体の例では複数の工場と本社が集まって設計する場合であり、客体の例では市場が複数の層で構成されている場合であり、指標の例では特性や項目が全体と部分から構成されている場合である。構造がある以上は、構造を踏まえて設計しなければ偏頗な設計となる危険が高い。

2.5 構造化質設計とは何か

質設計を構造化して行うことである。世に言う頑健設計とは、客体が複数存在する場合にそれらの構造を踏まえた設計である。多くの頑健設計は攪乱因子が1因子でかつ2水準の場合を取り上げている。多攪乱因子の場合でも単調性を仮定して調合している。すなわち交互作用（積項）も高次項もないと仮定したもとで最大となる条件組合せと最小となる条件組合せを取り出して1因子2水準とする方法である。

しかし、原則として安易な調合は避け多攪乱因子を取り上げ、それらに関する必要な（明らかに存在する）交互作用（積項）や高次項を配慮すべきである。

2.6 超質設計HQD (Hyper Quality Design)

本研究における構造化とは階層構造化を意味し、HOPE理論の多くのものは基本的には2階層の構造に基づいている。このため2階層の構造を超構造と呼び、これを用いた質設計を超質設計と呼ぶ。そして質とは関係者の合意を意味し、動名詞の設計とは合意を形成することであり、名詞としての設計は合意の中身のことであり、したがって、超質設計とは、「超構造のもとでの質を中核とした諸元の決定」を意味する。これを行うためには、①概念（考え方）と②数理（捉え方）と③技法（進め方）が必要である。

2.7 自由な創造と予測の実現の確認

1) 自由な創造としての設計

設計はまさに創造であり、それは自由になされるべきである。しかし、予測の実現の確認を重視した場合には、モデルはきちんと作成したものをを用い、定式化は数理計画法の手続きに従う必要がある。正しい実験のもとでのデータに対して信頼のできるモデルを作成し、定式化自体は自由であるがその手続きは数理計画法の手続きに従うというものである。モデルも無視し、自由気ままに諸元を決定した場合には、予測の実現の確認はほとんどギャンブルとなる。それでも幸運に良い結果が得られて、それを採用した結果大きな成果をあげたとしたら、それはそれで成功と言えよう。しかし、そのアプローチを工学的なものとは呼べず、客観的な方法として採用することができない。

2) 予測の実現の確認

予測の実現の確認とは事前の予測（推測）どおりに実現するかを確認することである。これは設計を選択する上でその設計で大丈夫であるというエビデンスとなるものである。誤差がある場合にはそれを考慮した予測の実現の確認が必要である。もし、重回帰分析による重回帰モデルに基づいて設計を行ったのであれば、事前に区間推定（サンプル数を考慮した予測区間の推定）を行い、予測の実現の確認の時点で実現値が区間の中に出現したかどうかで統計的な判定（両側検定）を行うことが望ましい。単に実現値が点推定値に近いから良いとか遠いから問題であるという判定は恣意的なものである。

3. 超最適化と超設計

3.1 質の時制と未来時制工学

1.1で述べたように、質には3つの時制があり、それらは作ったものの質（過去時制の質）、作りつつあるものの質（現在時制の質）、これから作るものの質（未来時制の質）である。本研究で議論する設計は未来の質であり、これを扱う工学を未来時制工学（prospective engineering）と呼ぶ。これに対して、検査（過去に製作したものの吟味）は過去時制工学（retrospective engineering）であり、製造（設計で指示されたものの製作）は現在時制工学である。現在は過去と未来の狭間にあるが、製造は現在製作中ではあるがその設計に関してはすでに済んでいるために本研究ではretrospective engineeringに分類する。

未来時制の質の本質は、それがいまだ実在はせずに仮想的な存在であるということである。それを可視化するためにはモデル化と最適化が不可欠である。モデル化（数式化）とは対象の本質を可視化したものである。しかしこれは関数を明らかにしたので、それは関係性の可視化（記述）であって存在の可視化ではない。これを用いて最適化をして得た解（設計）が存在の可視化である。しかし、それは厳密には仮想的存在の可視化でしかない。これが要求の実現する実在のものであるかどうかは予測の実現の確認で明らかになる。

3.2 回帰と超回帰と超構造と指標関数

製品とは望む出力 y を入力 m により実現する存在で、その本質は入出力回帰（入出力関数）である。本質を簡潔に述べるために基本形として1次モデルを取り上げる。なお、以下の議論を高次式に拡張することは容易である。

最初に構造式を示し、次に推定式を示す。

$$y = \beta_0 + \beta_1 m + \varepsilon \quad (1)$$

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 m = b_0 + b_1 m \quad (2)$$

1) 回帰：入出力回帰

$$\hat{y} = f(m) = b_0 + b_1 m \quad (3)$$

製品を使用することの本質は入出力回帰を使用することであるが、製品を設計することの本質は入出力関数の回帰係数を設計因子を用いて設計する（決定する）ことである。このとき必要なのが超回帰（入出力回帰の回帰係数の回帰）である。超構造とは「ある構造の中にさらに構造を内包する構造」のことで、超回帰とは、入出力回帰の回帰係数が設計因子の回帰となっている入れ子状態の回帰を意味する。一般的には多階層の階層構造で議論すれば良いが、本研究では2階層の議論が中心のために敢えて超構造（2階層の階層構造）と呼ぶ。

- 2) 超回帰：入出力回帰の回帰係数の回帰（回帰係数の数だけ存在する）

$$b_k = g_k(x_1, \dots, x_p) \\ = {}^{(k)}c_0 + \sum_{i=1}^p {}^{(k)}c_i x_i + \sum_{i=1}^p \sum_{j < i}^p {}^{(k)}c_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^p {}^{(k)}c_{ii} x_i^2 \quad (4)$$

- 3) 超構造：設計のための実験によって得られる式は超構造（2階の階層構造）である。

$$y = f(m | x_1, \dots, x_p) = g_0(x_1, \dots, x_p) + g_1(x_1, \dots, x_p) m \quad (5)$$

これを状況に応じて以下の様に数種類の表現で略記する。

$$y = f(m, \mathbf{x}) = b_0(\mathbf{x}) + b_1(\mathbf{x}) m = b_0 + b_1 m = f(m) \quad (6)$$

設計因子を決めることは単に特性（出力）を設計するに留まらず、各種の経営指標にも影響を与える。そのために定式化では指標関数を見捨てることはできない。

- 4) 指標関数：設計で考慮すべき各種の経営指標は設計因子の関数である。この具体的な関数はcase by caseではあるが、多くの場合においては以下に示すような高々2次までの関数で表現が可能である。

$$I_w = h_w(x_1, \dots, x_p) \\ = {}^{(w)}c_0 + \sum_{i=1}^p {}^{(w)}c_i x_i + \sum_{i=1}^p \sum_{j < i}^p {}^{(w)}c_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^p {}^{(w)}c_{ii} x_i^2 \quad (7)$$

式（7）は本質的に式（4）と同じである。何故ならば、両者はともに設計因子の関数であるからである。なお、経営指標の場合には時として特殊な関数になる場合もある。その場合には、式（7）をその特殊な関数に変えればよい。

3.3 表記法（添え字）と演算法（合成関数）

設計のためのモデルでは複雑な構造を有しているので表記法と演算法を工夫する必要がある。言語が複雑な内容を表現するためには内容のレベルにふさわしい語彙と文法が必要である。乏しい語彙と単純な文法では高度な表現は不可能である。モデル化と最適化においても同様である。複雑なモデル化のためにはそれを可能にする表記法が必要であり、高度な最適化のためには高度な定式化の演算法が必要となる。

複雑なモデル化のために必要な表記法は添え字のしくみの工夫であり、高度な定式化のための演算とは階層的な関数である合成関数の活用である。とくに後者の合成関数はその構造を多階層にしても近年のコンピュータは十分に対応が可能である。ただし、得られる解はヒューリスティック解を原則とする。厳密解であることが望ましいことは言うまでもないが、しかし短時間にヒューリスティック解を求めて何度も求解のPDCAサイクルを廻すことの方が合意形成にとって重要である。

3.3.1 表記法（添え字）

係数記号の左右上下の4箇所に4種類の添え字を用いることで合理的な表記を行う。なお、変数の表記法は従来のままである。

右下 i ：直後の変数の次数と対応

（0は定数項）

右上 (j) ：客体を表現

左上 $\langle k \rangle$ ：母数の種類を表現（0は切片）

左下 $[u]$ ：設計単位

具体的な表現については以後の議論の中で示す。

3.3.2 演算法（合成関数）

定式化では原則として関数表限を用いる。その際に関数が階層構造となるので合成関数表示となる。

議論を明解にするために一定の目標の値を実

現する場合を取り上げる。そして設計単位は一つで客体が2種類の場合で母数は定数（母平均）の場合について示す。この場合の基本的な構造式は以下の様になる。なお、設計単位が複数となって上位と下位の構造を有する場合については次章で議論する。

$$y = \mu(\mathbf{x}) + \varepsilon, \quad \mathbf{x} = (x_1, \dots, x_p) \quad (8)$$

一般的には定数ではなく多項式にすれば良い。定数は多項式が徹底的に退化した形（次数が0次の場合）である。そして、式（8）の推定式は以下の様になる。

$$\hat{y} = \hat{\mu}(\mathbf{x}) = c_0 + \sum_{i=1}^p c_i x_i + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p c_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^p c_{ii} x_i^2 \quad (9)$$

この中身を明らかにしたのが式（10）である。式中のUは第1の攪乱因子で、Wは第2の攪乱因子である。第1項は客体平均、第2項は客体U、第3項は客体W、第4項は客体UとWの交互作用を表している。

$$\begin{aligned} \hat{y} &= A(\mathbf{x}) + D^{(U)}(\mathbf{x})Z_U + D^{(W)}(\mathbf{x})Z_W + D^{(UW)}(\mathbf{x})Z_{UW} \\ A(\mathbf{x}) &= c_0 + \sum_{i=1}^p a_i x_i, \\ D^{(k)}(\mathbf{x}) &= d_0^{(k)} + \sum_{i=1}^p d_i^{(k)} x_i \quad k = U, W, UW \end{aligned} \quad (10)$$

第1項のAは平均を意味し、第2, 3, 4項のDは平均からの差すなわち効果を意味している。UおよびWの第1水準と第2水準をそれぞれ1と2とすると、以下のダミー変数の組（ z_U , z_W , z_{UW} ）でUとWの組み合わせが以下の様に表現できる。

$$\begin{aligned} (U, W) &= (1, 1) : z_U = 1, z_W = 1, z_{UW} = 1 \\ (U, W) &= (1, 2) : z_U = 1, z_W = -1, z_{UW} = -1 \\ (U, W) &= (2, 1) : z_U = -1, z_W = 1, z_{UW} = -1 \\ (U, W) &= (2, 2) : z_U = -1, z_W = -1, z_{UW} = 1 \end{aligned} \quad (11)$$

2つのダミー変数を用いてこれらを切り替えることで全ての場合の記述ができ、推定はこの式一つで行うことができる。このため誤差の自

由度が大きめに確保でき、精度よい統計的推測が可能になる。もし実験の水準幅を広くとった場合には、積項や2次項が必要になる。このような場合にも対応するために、本研究ではモデル化においては中心化変換をした以下のモデル化を採用する。

$$\begin{aligned} \hat{y} &= A(\mathbf{x}^{\#}) + D^{(U)}(\mathbf{x}^{\#})Z_U + D^{(W)}(\mathbf{x}^{\#})Z_W \\ &\quad + D^{(UW)}(\mathbf{x}^{\#})Z_{UW} \\ \mathbf{x}^{\#} &= (x_1^{\#}, \dots, x_p^{\#}), \\ x_i^{\#} &= x_i - \bar{x}_i, \quad \bar{x}_i = \sum_{j=1}^p x_{ij} / q \end{aligned} \quad (12)$$

これは平均値を0にする線形変換で、このメリットは1次項、積項、2次項の間の相関を下げることであり、これによって本研究のアプローチを様々な場合に対して積項や2次項のある場合も含めて汎用的な適用が可能となる。したがって後に示す適用事例における具体的なモデル化では中心化変換のもとでのモデル化を用いる。

求解に当たってはシナリオが重要となる。その際に重要となる指標には良さの指標と悪さの指標があり、両者の関係は真逆の関係である。以後は、話しを簡単にするために良さの指標に限定して議論する。なお、悪さの指標の場合にはMaxとMinを逆転させれば良い。

Ran（範囲）= Max - Minを扱ってロバストデザインにすることも可能である。必要なら以下の5パターンに対してRan（範囲）の条件を加えれば良い。

- パターン1：全体のMaxをMaxにする。
- パターン2：全体のMinをMaxにする。
- パターン3：制約をつけずにAveをMaxにする。
- パターン4：全体のMinに制約をつけてAveをMaxにする。
- パターン5：全体のMaxに制約をつけてAveをMaxにする。

式（12）によるUとWの組み合わせである4つ場合の式を以下の様に表現する。

$$\begin{aligned} \hat{y}^{(UW)} &= f^{(UW)}(\mathbf{x}) = c_0^{(UW)} + \sum_{i=1}^p c_i^{(UW)} x_i \\ f^{(UW)}(\mathbf{x}) &: f^{(11)}(\mathbf{x}), f^{(12)}(\mathbf{x}), f^{(21)}(\mathbf{x}), f^{(22)}(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (13)$$

そして、4つの関数に対する平均 (Ave) と最大 (Max) の合成関数を以下のように表現する。

$$\begin{aligned} f^{(Ave)}(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 f^{(ij)}(\mathbf{x}) / 4 \\ f^{(Max)}(\mathbf{x}) &= \text{Max}\{f^{(11)}(\mathbf{x}), f^{(12)}(\mathbf{x}), f^{(21)}(\mathbf{x}), f^{(22)}(\mathbf{x})\} \end{aligned} \quad (14)$$

絶対の最適化というものはない。目的に合わせたシナリオのもとで求解することが現実的なアプローチである。そして、実際のシナリオは千差万別である。上記の5パターンは基本的なシナリオである。なお、基本的なシナリオは全体のMin, Max, Aveに注目し、良さの指標の場合で整理した。

悪さの指標の場合にはMinとMaxを逆転する。現実では特定の客体に条件をつけることが少なくない。そしてRan(範囲)を定式化に加えるとロバスト設計が可能になる。しかしロバスト設計は常に有用な解が得られるとは限らない。調整因子がないかあっても有効に効かない場合である。現実には調整因子はないか、もしあっても調整範囲が狭い場合が多い。現実的にはRanをある程度の幅を強要した不等式制約にするとよい。そしてできることならば「外部の調整因子」を用意すると良い。

例えば以下に示す2つのシナリオの例の様に求解することができる。

〔シナリオ1〕：最小値の最大化により、全体の最小値がこれ以上にはできない限界値を把握する。

目的関数： $f^{(Min)}(\mathbf{x}) \rightarrow \text{最大}$

制約条件：なし

ここでは最小値をこれ以上大きくできないという最小値の限界値を把握することが目的である。これを把握(認識)することで合意形成がスムーズになる。次の段階で全体の平均を最大化するが、その際に特定の客体が不本意な値にならない制約を定式化に加えることができるのである。

〔シナリオ2〕：次に特定の客体(例えば、 $U=2, W=1$)に関する指標に c_s 以下の制約を付けて全平均を最大化する。全平均を最大化するために客体の($U=2, W=1$)が割を食って困っ

たレベル(c_s 以下)にならないという歯止めをかけている。その際の制約のレベルは「シナリオ1」で有られた解のレベル以下でなければならない。

目的関数： $f^{(Ave)}(\mathbf{x}) \rightarrow \text{最大}$

制約条件： $f^{(21)}(\mathbf{x}) \leq c_s$

3.3.3 求解のPDCAサイクル

前項3.3.2で得られた数理モデルを用いて、関係者による話し合いを通じて最適な設計水準を決定する。これを対話型逐次最適化と言う。この際、求解のPDCAサイクルを用いる。求解のPDCAサイクルは以下の過程を繰り返し、関係者の納得が得られ合意が形成された場合に終了する。

- ①定式化 (Plan)：構築した数理モデルに制約条件(指標においてクリアすることが必要な条件)、目的関数(最大化、最小化、目標化(目標を再接近させること)のいずれか)を設定する。
- ②求解 (Do)：制約条件と目的関数を満足する最適解(全因子の水準)を求め、可視化することである。
- ③検討 (Check)：関係者が自分及び人の状況や立場を知った上で、納得(事態を受け入れること)、譲歩(自分の主張を譲ること)、要求(相手に譲歩を願い出ること)の何れかを選択する過程である。
- ④協議 (Act)：検討に基づいて、関係者と協議をする過程である。得られた解は納得すべきものなのか、得られた解は更に求解を試みるべきかを、協議によって判断する。前者の場合は求解のPDCAサイクルは終了する。後者の場合は、相互の譲歩について話し合い、再び定式化(再定式化)を行う。

4. 模型化と最適化における超構造(合成関数)

前章では話を簡単にするために設計単位を単一の場合で論じた。本章では設計単位が複数になり、上位と下位の構造を有する場合の設計について論じる。なお、設計単位については、下位の単位を左下の位置に[]の中に表記した添え字で示す。そして上位の単位についてはそれ自体を表現はせずに、下位の単位の関数とし

て表現する．典型的なものは以下の4つである．

[Ave]：下位の単位の全平均

[Max]：下位の単位の最大

[Min]：下位の単位の最小

[Ran]：下位の単位の範囲 (=最大-最小)

これら上位の関数は下位の関数を用いた合成関数である．これらを用いて定式化したもとの最適化は一見複雑なものとなる．しかし，ヒューリスティック解を対象とするならばコンピュータによって短時間に求解することが可能である．

4.1 下位の関数と上位の関数の構造

超最適化とは超構造のもとの最適化を意味する．組織が複雑な場合の設計においては設計のために用いるモデル(超回帰)の間にも超構造が存在する．それは，ある設計単位(上位の設計単位)の中にさらに別の設計単位(下位の設計単位)を内包している状態を意味する．そしてこのような超構造の設計のことを超設計と呼ぶ．

1) 下位の関数(設計単位ごとの入出力回帰, 左下の添え字は設計単位の番号)

$${}_{[1]}\hat{y} = {}_{[1]}f(m) = {}_{[1]}b_0 + {}_{[1]}b_1m \quad (15)$$

$${}_{[2]}\hat{y} = {}_{[2]}f(m) = {}_{[2]}b_0 + {}_{[2]}b_1m \quad (16)$$

2) 上位の関数(下位の設計単位全体を束ねる全体としての平均的な入出力回帰)

下位の単位の関数の基本としてこれらの平均 $\#A(m)$ を考え，それと下位の関数との乖離 $\#D(m)$ を用いると全体の見通しが良くなる．最初に平均パートと乖離パートを用意する．その際平均にはAとaの文字を，乖離にはDとdの文字を用いている．この構造は基本的に客体の場合と同じである．そして，客体の場合と区別するために左下に#記号をつける．

$$\text{平均パート: } \#A(m) = \#a_0 + \#a_1m$$

$$\#a_0 = ({}_{[1]}b_0 + {}_{[2]}b_0)/2, \#a_1 = ({}_{[1]}b_1 + {}_{[2]}b_1)/2$$

$$\text{乖離パート: } \#D(m) = \#d_0 + \#d_1m$$

$$\#d_0 = \#a_0 - {}_{[1]}b_0, \#d_1 = \#a_1 - {}_{[1]}b_1$$

そして，平均パートと乖離パートおよびダミ

ー変数 $z(-1, 1)$ を用いると一つの式で表現できる．

$$\hat{y} = f(m) = \#A(m) + \#D(m)z \quad (17)$$

$$z = -1 \rightarrow {}_{[1]}y = {}_{[1]}f(m) = {}_{[1]}b_0 + {}_{[1]}b_1m,$$

$$z = 1 \rightarrow {}_{[2]}y = {}_{[2]}f(m) = {}_{[2]}b_0 + {}_{[2]}b_1m$$

これらを体系的な関数のセットとして扱うことにより，下位の単位ごとの最適化とともに上位の最適化も同時に視野に入れて，全体としての調整をはかることができる．

以上のように，HOPEの考える設計は数理的には超構造のモデルに基づく最適化であるので超最適化と呼ぶ．そして，設計の決定構造が超構造の場合は超設計と呼ぶ．

4.2 特性要因図と因子役割図

特性要因図は因果関係の視覚的表現に適しているが，特性と多数の因子との関連を見やすく樹形図として分類整理することが目的の図であるために，この表現は設計そのものとは直結しない．これに対して因子役割図は，因子はどのような役割で特性と絡んでいるかを示している工学的な役割表現であるために設計と直結する．

4.2.1 因子の役割(因子の分類)

製品にとっての使命とは，顧客が望む出力を実現することである．このためには使命を実現するメカニズムである機能が必要となり，機能を巡って製品が全体として使命を果たすために各々の因子が受け持つ役割が重要となる．代表的な役割には以下のものがある．

- ①入力因子：望む出力を実現するために用いる因子 m
- ②設計因子：製品を構成する因子 $x = (x_1, \dots, x_p)$
- ③共変量：制御できないあるいは敢えて制御しないために出力を攪乱するパワフルな因子 cv
- ④攪乱因子：共変量のうち実験時に制御してその影響を減衰する条件を見つける因子 z
- ⑤前提条件：一定状態に留まっている因子(受動)，一定状態に固定する因子(能動)
- ⑥誤差：観測値と真値との差で規則的に生じる系統誤差と偶発的に生じる確率誤差(偶然誤差)

差)がある。後者は不規則かつ変動する諸要因により生じる。前者は無作為化で後者に転化することができる。なお、模型(モデル)の不適合も誤差に含まれる。

【注】共変量はパワフルな影響を与えるため無作為化により確率誤差に転化するか、その状態を記録し回帰を用いて影響を引くか、攪乱因子として取り上げるかなどの対応をするといふ。これらについては次の4.2.2で詳述する。なお、ブロック因子にする乱塊法という対応もあるがこれについては割愛する。

因子役割図は出力(特性)とともに項目を示すことで因子の経営項目(QCDSEM)との絡みも示しているので実践的な設計と直結した図になっている。

4.2.2 設計のための因果関係の構造

図1は設計のための因果関係の構造を表現している。これまで実験に関しては図1(a)の特性要因図を用いることが多かった。近年では図1(b)の因子役割図のうちの背景因子と項目を除いた図が用いられるようになっていく。その図はpダイアグラム、エンジニアード・システムなどと呼ばれている。しかし、設計という観点からすると前提条件と共変量は絶対に欠かせない。前提条件とは実験の間を通して一定の水準のものであり、共変量とは実験の間も変動するものである。いずれも出力(特性)に大きな影響を与えるものであるが、前提条件は一定なので問題はないのに対して、共変量は一定でないためにしばしば実験を混乱させるものである。厳密には、前提条件には何もしなくても一定であるという受動的一定の場合と、きちんと制御(管理)して一定にしているという能動的

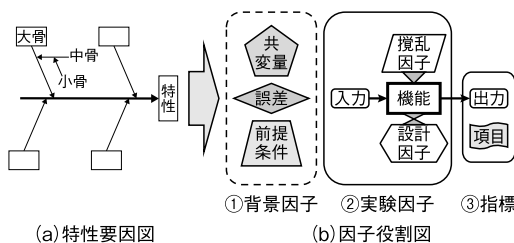


図1 因果関係の構造(特性要因図と因子役割図)

一定の場合とがある。

一方、共変量は実験自体を混乱させるために極めて深刻である。この対応には以下の6種類がある。

- *影響自体を遮断する。
- *一定にして前提条件にする。
- *実験中だけは制御して攪乱因子にする。
- *実験順序の無作為化により誤差に転化する。
- *その状態を記録してその影響を回帰式で差引く。
- *その状態を記述したデータを外側に割付けた因子とみなして内側に割付けた因子との交互作用を模型に組み込む。

このような対応をしないために設計を誤ることが多く、また予測の実現の確認で失敗することが多い。

夜間の実験における外気温は実験が短時間ならば受動的一定の場合の前提条件であるが、日中の外気温は短時間でも共変量となる。この場合の外気温の影響を止めるには空調設備などにより温度を能動的に一定にして前提条件とする必要がある。前提条件と共変量は実務事例を扱う場合には注意が必要である。前提条件が異なる場合には設計が再現しない。

4.2.3 因子の役割と模型

以下の模型(式)は実験因子に関して記述したものである。複数の設計因子を x で、入力因子を m で、攪乱因子を z で表現している。なお、実験の場は管理されており、前提条件は明らかでかつ変化はなく、共変量の影響は遮断されているものとする。

$$\begin{aligned}
 \hat{y} &= f(\mathbf{x}, m, z) \\
 &= k_{(1)}(\mathbf{x}) + k_{(12)}(\mathbf{x}, m) + k_{(13)}(\mathbf{x}, z) + k_{(123)}(\mathbf{x}, m, z) \\
 &= a_0(\mathbf{x}) + a_1(\mathbf{x})m + d_0(\mathbf{x})z + d_1(\mathbf{x})mz \\
 &= \{a_0(\mathbf{x}) + a_1(\mathbf{x})m\} + \{d_0(\mathbf{x}) + d_1(\mathbf{x})m\}z \\
 &= A(\mathbf{x}, m) + D(\mathbf{x}, m)z \\
 \mathbf{x} &= (x_1, \dots, x_p)
 \end{aligned} \tag{18}$$

ただし、役割の与え方は設計する立場の置かれている状況や設計の意図に依存する。設計は最終的には製品の諸元(設計因子とその水準)を決定することであるが、それらをどう決める

かは置かれている立場・状況で微妙に異なる。以下に重要点を列挙する。

* 共変量の影響は設備その他の対応で防ぐ必要がある。

もしその影響が防げないのであればそれに対して数理的な対応が必要になる。無作為化（ランダム化）をすれば共変量は確率誤差へと転換することができる。ただし無作為化が部分的な場合には、無作為化が行われた範囲をブロックといい、ブロック内では確率誤差に転化するがブロック外では共変量の影響が存在することに注意が必要である。

* 前提条件は交渉や投資で変更することができる。

* 実験因子は努力で変更することができる。

・ 因子自体を変更する。

・ 因子の水準を変更する。

* そもそも因子の役割を変更する。

* システム自体を変えてしまう。

* 他社に作らせる。

4.3 3レベルの計画（設計）：戦術・戦略・政略

マネジメントの要諦は計画（設計）で、これは自由な創造活動である。したがって様々な立案が可能でHOPEはそれを以下に示す3つのレベル（戦術、戦略、政略）に分類する。

戦術：制約条件と目的関数が所与のもとえられる優れた解の獲得のことである。

* 所与の条件下で求解するので一切の交渉は不要で創意工夫が決め手である。

戦略：制約条件を変更して得られるかなり優れた解の獲得のことである。

* 対内的な（所属組織内の）交渉を要することはあるが対外的な交渉は不要である。

政略：全体を大幅に変更して得られる格段に優れた解の獲得のことである。

* 対外的な（所属組織外の）交渉が必要となる。

4.4 決定構造と機構構造

進化した設計には決定構造と機構構造があり、これらを整理してアプローチしないと混乱を招くことになる。

〔決定構造〕：主体、客体、指標

〔機構構造〕：出力、入力、機能

それぞれの単位をデジションユニット、メカニカルユニットと呼ぶ。

4.4.1 決定構造（最適化の構造）

決定構造とは「意思決定の観点から見た設計の構造」のことである。2.4節で述べたことを意思決定の観点から設計を見た場合には以下に示す【注】が重要である。

* 主体：設計を行うもののことである。

【注】人格・法人格を有し意思を示せるもの

* 客体：設計で配慮がされる対象のことである。

【注】決定の場で意思を示せないもの（材料、使用法、環境、客層）

* 項目：設計のための定式化に登場する各種の関数のことである。

【注】設計因子の関数で特性と指標で構成する。

なお、特性とは製品の出力でそれは製品の存在意義にかかわるものである。また、指標とは経営の視点から重視すべき製品の特徴（作る上での特徴と使う上での特徴）のことでQCDRSEM（質、コスト、数量・納期、頑健性、安全性、環境、士気）を意味する。したがって様々なトレード・オフを克服しなければならぬ。そのためには、以下に示す逐次対話型最適化である求解のPDCAサイクルを廻すアプローチが有効である。その中身の本質はPDCAサイクルそのものである。

4.4.2 機構構造（模型化の構造）

機構構造とは「製品および工程の機構（メカニズム）の観点から見た設計の構造」のことである。機構の観点から設計を整理すると以下の3つの要素が重要となる。

* 出力（output）：顧客が得たいもの（これを生成できることが製品の存在意義）のことである。

- * 入力 (input) : 出力獲得のために投入するもの (出力の制御手段でもある) のことである。
- * 機能 (function) : 製品に関しては入出力関数で、工程に関しては投入産出関数となる。

5. 設計の高度化 (総合化・統合化・連合化)

設計が進化すると決定構造の高度化と機構構造の複雑化をもたらす。本研究では決定構造の高度化について議論する。高度化には以下の3種類のものがある。

総合化 : 項目が増える場合

統合化 : 客体が増える場合

連合化 : 主体が増える場合

図2はこの構造的な関係を示している。

5.1 総合化 : 複数の指標

従来の設計では主として特性 (出力) にのみ注目して求解が行われてきた。しかし、以下に示すような様々な経営指標を考慮することは不可欠である。

- * 使用者にとっての指標 : 価格, ランニングコスト, 操作性, 収納性など

- * 生産者にとっての指標 : 製造コスト, 作業性, 保管性, 運搬性など

製品というものは、単にCRZを満たしているという理由だけで購入されたりはしない。そして、仮に製品が市場で高く評価されたとしても、最終的に採算がとれなければ経営としては失敗である。

5.2 統合化 : 複数の客体

攪乱因子が量的因子の場合も常に質的因子として扱われてきた。そして、複数の客体 (攪乱

因子) に対しては、水準が多水準も含めて全てまとめて最大が予想される水準と最小が予想される水準の二つを取り上げて1因子2水準 (攪乱因子の調合とよがれている) として扱われてきた。

1) 攪乱因子は量的因子の場合には量的因子として扱うべきである。

量的攪乱因子は入力因子として扱い、入出力回帰の各係数をそれぞれ0に近づけることが攪乱因子の影響を減衰することと同値である。

2) 複数の攪乱因子は調合しないで扱いかつ攪乱因子間の交互作用も検討すべきである。

複数の攪乱因子を安易に調合することは交互作用があった場合には設計においてその対応ができないために危険である。幸運にも交互作用がないという場合でも、調合すると攪乱因子のそれぞれの影響の及ぼし方を把握することができなくなる。複数の攪乱因子の中には当初の予想に反して影響を与えないということも少なくない。しかし調合のもとではどれが効いていてどれが効いていないかわからない。

5.3 連合化 : 複数の主体

連合設計の場合においては下位の設計単位の間の乖離を十分に減衰することができない場合が生じる。この場合、すべての設計因子の水準を共有するという事を諦め、一部の設計因子の水準の共有を考えると良い。この場合には定式化において以下に示す工夫が必要となる。

下位の設計単位ごとのファイルを結合する際に、以下の処理を施す。

1) 共有する設計因子には同じ変数名をつけ、共有しない設計因子には単位ごとに別の変数名をつける。

2) 下位の関数を用いて必要な上位の関数を合成関数という形で作成する。

以下に代表的な例を示す。

- * 全体の平均, 範囲, 最大, 最小

- * 下位の設計単位のすべての間の平均, 範囲, 最大, 最小

3) 定式化では、下位の設計単位の定式化と上位の設計単位の定式化を同時に行う。

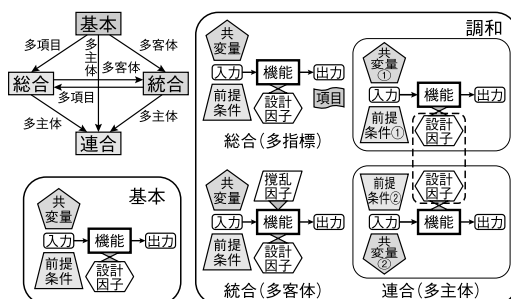


図2 設計の高度化 (基本⇒総合・統合・連合)

5.4 HOPE理論の特徴

1) 求解のPDCAサイクルによる逐次対話型最適化

高度な設計においては、多様なトレード・オフが生じるために、関係者全員の満足度を矛盾なく高める絶対的な完全最適解を得ることは困難である。そこで、全員が高い満足を得ることはできなくても納得して合意できる解を求める設計を行うことが現実的である。このためにPDCAサイクルを応用して方針管理のキャッチボールで求解するアプローチは有効である。

2) 準解の活用

設計は最適化を活用するが数理そのものではない。数理的に解がないという場合でも手をこまねくことはできない。その際には準解という考えが重要になる。準解とは実行可能解領域の外にある条件の組合せで受容の可能のあるものである。これは実行可能解ではないために数学的には解ではないが、実務的には検討の価値がある存在である。もし定式化の制約条件を技術的、経済的、政策的な対応から緩和できるのであれば、制約条件を緩和した次の求解では解（実行可能解）の仲間入りを果たすことになる。

3) 乖離として範囲を採用する理由

統合において乖離を分散（あるいは標準偏差）にはせずに、範囲＝最大－最小を用いるのが実践的である。その理由は以下に示す2つの分かり易さに力点を置いたからである。

- * 定式化で条件を付ける際に分かりやすい。
- * 求解の結果が分かりやすい。

このことは逐次対話型最適化にとって、関係者全員の理解を得るうえで極めて重要なことである。

6. 機構の複雑化（多出力，多入力，多工程）のもとでの設計

これまでは機構すなわち入出力関数が最も単純なものである単出力・単入力・単工程で議論してきた。しかし、進化した設計では複雑化した機構のもとで最適化を行わなければならない。具体的には多出力設計と多入力設計と多工程設計が必要になる。多出力設計は数理計画法の多目的最適化の応用で実現できるが、多入力

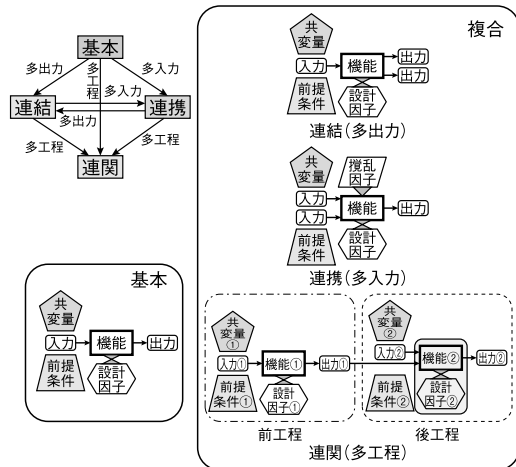


図3 機構の複雑化
(基本⇒多出力・多入力・多工程)

設計と多工程設計は工夫が必要である。多入力設計は広い範囲の出力を実現することができる。とともに、より望ましい入力の組合せを選択することができるために重要である。多工程設計は複数の工程間の連携に基づく設計であり、バランスのとれた全体最適化ができるために有用である。両者の実現のためには複合的な設計アプローチが必要である。

6.1 多出力について

多出力設計は数理計画法の多目的最適化の応用で実現できる。ただし、それぞれの出力は性質も単位も異なるので安易に多出力を一つの式にまとめあげることは危険である。数学的に厳密解を簡単に求める上では多数の目的関数の線形結合は都合良いが、経営的に見た場合には、合成された目的関数の意味が解釈できない。それよりも、近年の高度化したコンピュータを用いてヒューリスティック解を前提にすれば、多出力を並行で眺めての協議の方が合理的な合意形成がし易い。

出力というのは多視点（多様な見方）で多出力となる。良い製品を作ろうと思えば、製品に関して多視点で見ル琴似なり、その結果出力（特性）には様々なものが登場してくる。例として紙ヘリコプターについて言えば、滞空時間が最も重要な出力（特性）ではあるが、着陸位置のズレ（狙った位置からの乖離）も重要で

ある。また、飛行状態（安定してきれいに飛行しているか）も顧客にとっては気になるものである。こうして重要度は異なるが、多目的最適化の形が登場する。出力とは製品が機能した結果として評価されるもので、場合によるとあれはどうかこれはどうかという形で際限なく登場するものである。したがって、何でもかんでも取り上げるのではなく厳選することと、複数の出力に対して優先順位を付けることが重要である。

6.2 多入力について

設計の原点として、特性（出力）に影響する全ての要因（説明変数）は入力因子の候補であるということを忘れてはならない。どれを入力因子に採用するかは技術的なレベル（入力因子として用いることのできる技術があるか）と、設計思想（どのような入力因子による出力制御が望ましいのか）による。事前に、固定概念によって入力因子はこれしかないと思ってしまうのは避けなければならない。

多入力には以下に示すような様々な可能性がある。

- ①複数因子を多入力にすることで広範囲の出力の実現ができる。
- ②ギア式（重層組合せ式）入力の実現ができる。
- ③ハイブリッド入力（複式入力）としての利用ができる。

このことはハイブリッド入力は一方がダウンした際の冗長系としても利用ができることを意味する。

したがって多入力を検討することは重要である。

6.3 多工程について

多工程の連関の基本は前後の工程である。工程の間が遠くなるとその影響力は弱くなるが、前後の工程はとても強く連関しており後工程の出力はしばしば前工程の影響を受ける。したがって前後の工程が連関して設計することが望ましい。その場合、可能であれば前後の工程は協同して実験を行って調和設計により設計を行うのが良い。協同実験では前工程の設計因子と後

工程の設計因子を取り上げて一体で実験計画を立てる。この場合の出力は後工程の出力である。なお、前工程の出力も重要な情報となるが、この扱いには様々な場合があり、それらについては別の機会に議論する。前後の工程が一体で実験計画を立てた場合には、前工程の出力を介さなくても後工程の出力を制御することができる。

7. 実験に基づく設計とその確認

7.1 実験のタイプと予測の確認

実験はその実施のタイプによって大きく①実実験、②模擬実験、③質問紙実験の3つに分けることができる。各々には特徴があり、それを踏まえたふさわしい形の実験がある。また、実施に当たっては各々の特徴に合わせたノウハウと注意点がある。

いずれの実験の場合も、データをとるために多大の費用と時間と労力をかけているので、とった実験データからは目一杯の情報を獲得するとともに設計に関しては多種類のシナリオに基づいて多種多様な候補を作成すべきである。候補とは、実験データで作成した模型（数式）に基づいて最適化した解である。解は説明変数（設計因子）の値（水準）の組み合わせであり、これらを代入した目的変数の値が予測値である。その予測はあくまでも仮説でしかないので、予測の確認が必要である。具体的には、事前に予測区間を明らかにして、実現値がその区間内に出現するかどうかで判断する。これは実質的には両側検定と同じことを行っていることになる。なお、予測の確認を再現性の確認と呼んだり再現実験と呼ぶことが多い。しかし、広辞苑（第五版）によれば、再現とは「再び現れること、再び表すこと」を意味し、予測とは「将来の出来事や有様をあらかじめ推測すること」を意味している。したがって、予測を確かめることは再現を確かめることではない。また、DOE（design of experiment：実験計画法）における実験とは、一つないしは多数の因子を取り上げ、因子の水準を振ることにより因子の効果を明らかにするものである。したがって、注目する一つの条件が実現するかどうかは因子を取り上げて水準を振って実施する実験とは異なるので、本研究ではあくまでも予測の確認と呼ぶ。

7.2 予測の確認の柔軟な実施

多数の候補を作成した場合には、状況が許す限り多くのものを試した方がよい。推測通りの結果を得れば正式な設計としての採用候補になるし、実現に失敗した場合には新しい知見の獲得になるからである。

しかし、もし予測の確認のための資源が制限されているのであれば、試す解の優先順位とストップリングルールを決めておいて、資源が尽きたりあるいはストップリングルールを満たした場合に予測の確認を止めるというアプローチが合理的である。

なお、模擬実験の多くはシミュレーションという形になるが、これは計算機で行うために簡単にかつ何度でもできると誤解されることが少なくない。実際のシミュレーションは複雑な計算を伴うためにかなり時間がかかることが少なくない。したがって、シミュレーションの場合であっても4種類の解を求めてストップリングルールの下で予測の確認を行うことは意義がある。

8. HOPE理論における4種類の解

HOPE理論に基づく設計においては、量的因子の統計模型を用いて数理計画法で求解（最適化）するアプローチを基本としている。このため、量的因子の統計模型においては、積項（交互作用）はもとより高次項も扱う事ができる。意欲的な実験では水準の幅を広くとることが多く、それ故に積項や高次項が必要となる。また、量的因子の統計模型を用いると内挿解のみならず外挿解の検討も可能になり、設計の可能性を大いに広げることができる。内挿解で目的が達成できない場合に外挿解が目的を達成してくれる可能性があるので挑戦することは意義がある。一般に外挿は危険と言われているが、可能性のある解の候補はできるだけ挑戦すべきである。予測の確認において試す候補の数が増えてもそれは変動費の増加で賄えることが多い。ひとたび固定費を払って予測の確認をセットしたならば、意味のある候補はできるだけ試すべきである。候補はシナリオに基づいて幾つも作成すると良いが、その際に外挿解は必ず検討に入れるべきである。外挿解はもしそれが実現すれば採用の対象になるし、仮に実現しない場合で

も従来にない新しい固有技術的な知見を得ることができる。

予測の実現確認において最適解が実験点解を超えないというのは問題である。実験点解を超えない最適解が現状条件より良いということで成功と評価することが多いが、これは実務的にはそのような判断もあり得るかもしれないが、理論的には事実（現状よりもよい結果を得た）がそうであったとしても一貫した論理が通っていないので問題である。現状条件より良い条件を見つけたことは少なくとも改善とは言えるが、実験としては失敗である。実験とはそれで模型を作成し、模型に基づいて実施していない条件も含めて全候補の中から最適な条件を探すことである。実験を用いたアプローチの成功とは、実験データで作成した模型を用いて予測した最適な条件が実現することを意味する。改善には成功（事実として現状よりよくなった）したが、実験データに基づく最適化には失敗した（予測は実現しなかった）というケースは極めて多い。

本研究はHOPE理論の立場に立ち、設計においては量的因子の統計模型を用いて4種類の解（実験点解、格子点解、内挿解、外挿解）を求解したうえで、それらの予測の確認を行うべきことを提案する。

8.1 数理による分類と概念による分類

8.1.1 量的因子のもとの非線形模型の意義

従来のDOE（実験計画法）を用いた設計アプローチでは、因子が量的な場合でもそれを質的に扱っている。しかも解の対象はそれらの組合せ（実験水準の組合せ）であり、その中から最適解を選択する。この質的アプローチでは量的変数を質的に扱うために、量的な情報は失われてしまう。そして、因子の水準を自然数に置き換えてその組み合わせの中から最適なものを選ぶことになるので、これを座標で示すと格子点の中から解を選ぶことになる。したがって、本研究ではこのアプローチの解を格子点解と呼ぶ。

もし上記のように量的因子を質的因子として扱ったならば、以下の限界が発生する。

①高次項が扱えないためにLOF（Lack of fit

：不適合）が発生する。

②格子点解以外の内挿解を求めることができない。

③外挿解を求めることができない。

④設計因子にばらつきを入れたシミュレーションができない。

その上、以下のことがしばしば行われている。

⑤交互作用（積項）を無視する。

因子の水準幅を広くとった実験ではしばしば交互作用（積項）が登場し、その場合に交互作用（積項）を考慮しないとLOF (Lack of fit) によりモデル化を誤ることで推測を誤ってしまう危険がある。L12やL18などの混合系直交表では交互作用が広くばらまかれて交絡することから近似的Resolution IVといわれているが、交互作用が大きい場合には誤差を大きくする危険があるので要注意である。

交互作用が想定される場合に、それが扱える計画で対応すれば格子点解でも問題はないことが多い。交互作用の存在とその大きさを知るとは固有技術的に有用でかつ設計の成功に必要なものである。設計因子間に交互作用がある設計は望ましくないという主張は理解できるが、存在する以上はそれを把握すべきであるし、他に方法がなければ交互作用を踏まえて設計することは現実的である。

因子の水準幅をかなり広くとった実験ではしばしば高次項（主に2次項）が登場する。応答曲面モデルがよく用いられているのはその証左である。意欲的な設計では因子の水準幅をかなり広くとり、頑健設計では攪乱因子の影響を十分に減衰するために設計因子の水準幅をかなり広くとる必要がある。このとき頑なに1次モデル（主効果モデル）に固執すると2次項や積項（交互作用）の欠落したモデルとなり認識を誤るとともに設計で失敗する。

設計は今までにない条件を探索することになるので常に意図する結果を得ることはできない。その場合、統計理論的には外挿はタブーであるが、外挿解に挑戦するのは実務的に意義がある。そして、実務的には2つの点で外挿に挑戦する価値がある。

＊もし成功すればその設計は採用できる。

＊失敗しても新しい固有技術的な知見を得る。

以上より明らかなように、設計には以下の4種類の解（どの範囲の領域からの選択か）を考えることができる。

①実験点解：実験点の中からの選択

②格子点解：実験水準（質的）の組合せの中からの選択

③内挿解：実行可能解からの選択

④外挿解：実行可能解領域外の条件（準解）からの選択

なお、以下の点に注意されたい。

【注】始めから全ての因子が本質的に質的因子の場合には実験点解と格子点解しか扱えない。この場合には内挿解＝格子点解となり、外挿解は存在しない。本研究は因子の中に一つ以上の量的因子が含まれている場合を対象としている。

上記の4つの解は、いずれも同じ実験データから求めることができる。コンピュータを用いるならば解を求めること自体にたいした費用や時間はかからない。実験に費やした費用と時間を考えれば、これら4種類の解を求めること自体はたやすいことである。しかしながら、求めた解はあくまでも仮説でしかない。したがって予測の確認が必要である。これには費用や時間がかかるが、これは固定費と変動費とで構成される。多くの場合固定費は高くそれに比べて変動費は安い。したがって可能であれば4種類の解を求めて試すと良い。しかし、試す段階では実施順番とストッピングルールを考えた方が良い。固定費に比べて安いとは入っても、意味のない試みを行うべきではない。

実務の実験では最低限のおさえ（生命線）として

①少なくとも現状よりも良い条件を見つけたという願いがある。そして、

②できれば目標のレベル（現状よりだいぶ良い）を実現したい

というのが本音である。

そもそもモデリングを間違えるとそのもとでの最適解が狂い、予測の確認をしたら現状よりも悪いとか、実験点の実現値よりも悪いといったことが発生する。これらを防ぐために4つの解を有効に活用する。そして実務的な意味で成功するためには現状の条件も実施してそのデー

タを活用すべきである。

8.1.2 HOPEの数理から分類した4種類の解

設計はいまだ存在していない製品の諸元（因子と水準）を決定することである。決定した諸元はその段階ではバーチャルな存在でしかない。つまり記述としてしか存在しておらず、もしかしたら作ってみると意図したものが実現しないかもしれないという危険を孕んでいる。設計後は実際に作って予測の確認がなされ、実現しなければ採用することはできないが、実現した場合でも時には事情により（作る過程で明らかになった不都合などで）採用されないことが発生する。したがって厳密には設計はあくまでも候補なのである。

設計は候補であるということは、仮説（この諸元で作れば目的が実現されるかもしれない）であることを意味している。仮説は検証（予測の確認）にさらされる前のものであるからどのように作っても良い。極端に言えば思いつきでも構わない。そして見事に実現が確認（結果が望んでいる値の近辺に出現）できればそれが思いつきのものであっても採用される可能性が高い。

実現の可能性の高い候補（仮説）を作るには、数理的なアプローチが有効である。そして、設計とは数理的に見たら広い意味で連立方程式の解である。正確には数理計画法の解である。何故ならば、不等式と等式が混在した多数の制約条件のもとで目的関数を最適化するという形で求解されるからである。

本研究では設計を数理計画法の解という視点から4種類の解が存在することに関して議論する。より厳密に言えば、以下のステップを踏んで求解する。

- ①得られたデータをもとに
- ②入出力関数（因果関係）の模型化（数式作成）を行い
- ③シナリオに基づいて数理計画法で定式化し
- ④実行可能解を柔軟に考えて求解する。

ただし、これらの組合せにはバリエーションがあり、典型的なアプローチとして4種類のものがあり、その結果4種類の解が考えられる。

8.1.3 HOPEの概念から分類した4種類の解

HOPEの概念では、「設計とは逐次対話型最適化による合意形成である」ととらえている。この観点から解を分類すると以下のようになり、結果としてこの分類においても以下の4種類（種類の数の4はたまたまの一致）の解が登場する。これらは、先ず暫定解と最終解に分類され、暫定解はさらに3種類の解に分類される。

- 1) 暫定解（過渡解）：ある定式化のもとでの解（最適解）
 - ①厳密解、②ヒューリスティック解、③準解
- 2) 最終解（合意解）：求解のPDCAを廻した最終的な解
 - ④PDCA解（PDCA最適解）

【注】求解のPDCAとはP定式化、D求解、C検討、A協議を意味する。

HOPE理論に基づいて数理計画法を用いて求解する上で数学的には厳密解が正しい解である。しかし、因子（変数）が多くかつ定式化が複雑であると、厳密解を求めることは数理的な構造や時間的な制約から困難になることが多い。このような場合に、近年ではヒューリスティック解が広く受け入れられている。ヒューリスティック解は厳密解ではないが、少なくとも実行可能解（全ての制約条件を満たしている）である。解が得られないあるいは得られたとしても極端に長い計算時間を要する厳密解よりは、それに近いと考えられるヒューリスティック解（発見的解）を短時間に手に入れることは有用である。

一方、無理難題の制約条件を付けるとそもそも解が得られないことがある。つまり実行可能解がないのであるから、最適解はあり得ない。しかし、現実では話し合いにより制約条件を緩めることが可能な場合が少なくない。したがって実行可能解領域を少し外れたものは検討の対象になる。数理的には制約条件を満たしていないので解（実行可能解）ではないが、これを解に準ずるものとして準解と呼ぶ。話し合いの結果制約条件を譲歩する（緩める）ことができれば、その新しい定式化のもとでは解となる。制約条件というのは一重に人間側の考えや都合

(技術的、経済的、政治的な都合)でしかなく、物理的な限界を別にすれば絶対的な制約条件というものはほとんど存在しない。

解が厳密解であろうがヒューリスティック解であろうが準解であろうが、これらはある定式化のもとでの解でしかない。つまり暫定的な解であり最終的な解から見たら過渡的な解でしかない。解が得られた後に解を吟味し、関係者の合意が得られるかどうかは別である。その時点で考えていることを客観的に整理したうえで数理的に(数理計画法で)定式化し、それをコンピュータで求解し、得られた結果を見て判断するわけである。もし、得られた解が関係者の間で合意を得られないものであったとしたら、話し合いで次の定式化を行って求解し、そこで得られた解について話し合いをする必要がある。これを繰り返して、最終的に合意を得られたものが採用される解となる。この最終解をPDCA解(PDCA最適解)と呼ぶ。この考えは、以下の特徴を有している。

- * 設計とは関係者の合意である。
- * 合意形成のために数理計画法を科学的な可視化手段として利用する。
- * その基盤は数式模型であるが、これは真の模型でも良いし近似模型でも良い。
- * 求解のPDCAサイクルを廻して関係者の合意を形成する。
- * 合意が形成できた設計であってもそれは仮説(候補)でしかないので必ず予測の確認を行う。
- * 予測の確認では複数の候補(シナリオに基づく解)を試すのが良い。
- * 実現した候補のうちから最終的な設計を選択する。

⇒できれば事前に優先順位を付けておいて、優先順位の高いものが実現した時点で予測の確認を打ち切っても良い。その後も実現確認のトライを行って新たな知見(情報)を得ることも考えられるが、それを行うかどうかは費用対効果による。全体を通して協調的な交渉(ネゴシエーション)が重要である。

8.2 実験時と予測の確認時における現状条件の役割

現状の条件は、実験時にも予測の確認時にも重要な役割を持っている。したがって実験時も予測の確認時も現状条件を同時に実施する事は、実験の場の整合性の確認と実験におけるミスの有無をチェックができる点で有意義なことである。

8.2.1 実験時における現状条件の役割

実験に当たっては本来の実験計画とともに現状の条件を必ず加えて実施する。そのことにより以下の点が吟味できる。

- ①現状条件の結果がそれまでの値と大きく相違しているならば実験自体に大きな問題がある。
- ②実験点の中に現状の条件よりも良いものがないとしたらどのような設計を行っても現状より良い内挿解を得ることはできない。

【注】この場合、外挿解には現状よりも良い解が存在するかもしれない。しかし、内挿解が思わしくない状況なので、外挿解で成功する可能性が高いとはいえない。それでも外挿解に挑戦することは実務的に意義がある。外挿解が予測の確認で失敗したとしても、そのことによって得た情報(これまではなかった新しい情報)は有用なものである。

8.2.2 予測の実現の確認時における現状条件の役割

予測の確認を行うに当たっては設計案とともに現状の条件を必ず加えて実施する。そのことにより以下の点が吟味できる。

- ①現状条件の結果がそれまでの値と大きく相違しているならば予測の確認方法自体に大きな問題(前提条件の相違、共変量の影響など)がある。
- ②候補が現状のものを有意に超えていない場合には模型に関してLOF(不適合)が起きている。

このことに加えて2次項が存在する場合には量的因子を質的に扱った場合のリスクや損失は極めて大きい。

通常、統計理論では外挿はタブーとされることが多いが、実務的には外挿は有用である。しかし、量的因子を量的に扱った模型を用いない限り外挿はできない。また、積項や2次項が必要な場合にこれらを見捨てた模型で外挿するのは極めて危険である。

僅かの外挿に関しては多くの場合は実現する。しかし積極的な外挿をした場合には何とも言えず、かなり大幅な外挿をした場合には実現しないことが多い。その場合でも、これまで調べたことのない領域での情報が入るので状況が許す限り外挿もトライした方が良い。

8.2.3 複数の候補の予測の実現の確認

実務での実験では、貴重な資源と費用と時間と労力を掛けたのであるから、何としても成功しなければならないということが強く求められることがしばしば存在する。実験が成功したという意味の最低限抑えるべきラインは、現状より良い状態にすることである。もちろん目標をクリアすることや最適（最大、最小）にすることはできるだけ目指すべきことであるが、最低ラインは何としても現状を超える条件を見いだすということである。とくに直積実験を実施する場合には実験サイズが大きいので、実験を行って情報を得た（結果として有用なものは作れなかった）と言うだけでは済まない場合が多い。

何としても現状より良くする条件を見いだすためには設計の候補としての解を複数用意する必要がある。その場合、求解による候補のレベルを意識する必要がある。特に最低限の効果を出すための解（現状よりも良い解）の候補を持つことは重要である。この意味で実験点解が現状を上回っていることは重要である。何故ならば、統計的模型が真の模型と大きく誤っている場合の最後の切り札は実験点解であるからである。

8.3 実験点解の求め方

8.3.1 実験点解の求解とは

実験点解は模型を用いずに実験点だけの情報から解を求めるものである。簡単な例として内側が9因子のL12で外側が1因子2水準の直積実験の場合を取り上げる。これを単純に対応の

ある12条件のデータの組と考える。各々の条件では9因子の水準の組合せは分かっているが、模型は作成せずに12条件の中からベストを選び、その条件における因子と水準の組合せを設計として採用するアプローチである。

実験点解を求めることに関しては以下に示す3つの狙いがある。

1) 模型が不適合の場合でも情報を得るため

費用・時間・労力をかけて実験を行ったのであるから、仮に模型が不適合であったとしても、得られている実験点のデータから素朴なアプローチで情報を獲得することは意味がある。攪乱因子がある場合には、12の実験点を対応のある12条件のデータの組としてそれぞれ平均と範囲の情報をとることができる。それを応用すれば、素朴な形のものではあるが情報を得ることができる。範囲の狭いもの（ロバストなモノ）はどれか、平均が望ましい（最大、最小、目標値に近い）ものはどれかを判断する。その上で総合的に望ましい実験点を解とする。

なお、この素朴な情報は、予測の実現が成功した場合にも模型のもとでの結果と付き合わせると有用な考察をすることができる。

2) 失敗の原因追究のため

不幸にして想定した模型が不整合で、模型を前提とした設計がことごとく予測の確認で失敗した場合に、その原因を調べるためのベースとすることができる。実験自体でミスがあったのかそれとも背景因子で相違が起こったのかを検討するためには、幾つかの実験点を再度行って比較することが必要である。このアプローチは紛れもなく再現性の確認（すでに起きたことが再び起きるかの確認）である。実験点での再トライが整合しないようであればその可能性が高い。もし再現した場合には場に問題はないことになり、模型の不整合LOFの可能性が高いので、不足した項を追加する実験（拡張計画）を行うか、あるいは仕切り直してもう一度実験を計画してトライすることになる。

3) 暫定的に設計案を手に入れるため

実験点を再度実施する場合に、どうせどれかの実験点をトライするのであるならば、もし再現したらそれを暫定的に採用することができる可能性のある実験点で試した方が良い。このた

めに次に示すように、目的に合った実験点を取り上げると良い。

状況によってはとにかく設計案が必要という場合がある。そのような場合には、とりあえずこの案でしばらく凌いで、その間にきちんとした設計を再トライするといふ。

8.3.2 平均と範囲の2特性最適化

実験ラン（run）ごとの平均と範囲だけを取り出して処理するという一切模型を用いない方法である。以下では攪乱因子のある場合を取り上げて平均と範囲の情報で議論を進めるが、攪乱因子のない場合には平均だけの場合（厳密に言えばデータ数が1の平均）に退化した場合として考えれば良い。

1) 実験ランごとにそれぞれで平均と範囲（対数変換）を求める。

ばらつきに関しては設計因子の模型を用いないので範囲を対数変換したもの（以後、Ln範囲と表現）を用いる。

2) 平均とLn範囲に関して別々にクラスターを作る。

平均とLn範囲の情報は独立なので別々にクラスター分析を行う。これを2次元で扱うと合成距離は意味不明なものとなる。また距離の合成に際してどのように合成するかの妥当なロジックが存在していない。

クラスター分析の詳細については専門書に譲りここではそれを用いた実験点解の求解に焦点を合わせて議論する。なお、平均もLn範囲も1次元のデータであるために距離はユークリッド距離を用い、ウォード（Ward）法を採用する。

3) 平均とLn範囲のクラスターを2次元に図示し組合せクラスターを作成する。

平均とLn範囲のクラスターを2次元に図示して組み合わせクラスターを作成するというアプローチは、2次元上に図示はするが2次元の距離によるクラスター分析を行うわけではない。すでに行われたそれぞれの1次元のクラスターを組合わせて2次元上で組み合わせるのである。その結果2次元領域は以下の4種類の領域に分類される。

空白域：空白領域

平均域：平均のみ存在する領域

範囲域：Ln範囲のみ存在する領域

重複域：平均と範囲の両者が存在する領域

4) 目的に合わせて選択をする。

選択方法は目的によっていろいろと存在する。代表的なアプローチを以下に示す。

最初にLn範囲の最小のクラスターに注目する。次に望大なら平均の最大クラスターを、望小なら平均の最小クラスターを、望目なら目標値に最も近い平均のクラスターを見つける。もし重複域に実験点が存在するならばならばその中のものを選択する。一つならば決定であるが複数ある場合は他の基準で選択する。重複域がない場合には選択が少し微妙になる。原則は最小の範囲域の中で比較的平均が大きいものか、平均域の中で比較的範囲が小さいものを選択することになる。この場合にはユニークに決定することができないので、どれを選択するかについては慎重に検討する必要がある。

8.3.3 実験点から数量化I類で選択

結論を先に示すと、実験点データに関して1次模型（1次モデル）の数量化I類で模型化を行う。得られた模型で実験点の条件を改めて計算する。そして推定値のベストとそれからの差が有意でないものを選択対象とする。その中から何らかの優劣を付けて一つを選択する。数量化I類の模型は実験点の中からベストを選択するための便宜的で単純な模型である。厳密に言えば、このアプローチは模型（数式）を用いていることになる。もしこの模型をきちんと用いて数理的な最適化をすると格子点解を選ぶことになってしまうので注意する。

実は、4種類の解のうち「実験点解」の扱いがとても難しい。実験点解というのは実験の結果（実現値）だけを素朴に用いて、それらの中で最も良い値の条件を選択する場合である。本来実験というものは条件の組合せで行っており、そこから統計模型（関数模型と誤差模型）を作成し、それに基づいて解を選択するという数理的方法（統計数理に基づく方法）である。しかし模型を用いずに実現値の単純な比較で最も良い値をとった条件を採用するというのは実験計画法を知らない人にとって最も自然な考えで、ある意味でこれは世の中の常識（多くの

人々にとっての事実に基づいた客観的な判断)と言えるかもしれない。

8.3.4 実験点解の意味と意義

実験点解は関数模型を用いていないという批判はあるが、一方で関数模型を用いていないので誤った関数模型に基づく誤判断を回避することができるということも言える。ただし、そこでは誤差（基本的な統計模型）に対する配慮が入っていない点でリスクが生じる。それは、もし誤差が存在する場合には実現値で最善のものが果たして真に最善かと言う問題であり、また実現値がその後にその値どおりに再現するか（出現するか）という問題である。

本来は実験点解、格子点解そして内挿解の3つを用意して予測の確認をすることが望ましい。しかし、時には内挿解が思わしくなくて（十分に満足ができなくて）目的を達成できない場合もある。その際には外挿解もトライすべきである。あるいは内挿解は満足できても、それを超える可能性のある外挿解が見つかった場合にはそれも試すことは大いに価値がある。もし外挿解が実現したら、そちらに切り替えることは経営的な合理性がある。仮に外挿解が実現しなくても、そこで得た事実（これまで試みなかった条件の組合せの結果の情報）が固有技術的な知見を高めることになる。

ところで実験点解を次のように扱うという応用動作も考えられる。使える模型は用いるが、解はあくまでも実験点（実施点）から選択し、その解に関する区間推定やその解に準じた解との差の有意性の検定に関してだけ模型を用いて行うというアプローチである。ある意味で模型の「是々非々」の利用とも言える。この際、用いる模型のLOFが問題となる。具体的には交互作用（積項）と高次項（主に2次項）である。実験水準の幅を広めにとると交互作用（積項）が登場し、かなり広めにとると高次項（主に2次項）が無視できなくなる。本稿では広めにとる場合について論じたが、かなり広めにとる場合については別の機会に論じたい。その際に有効な計画に最適計画があるが、これについても別の機会に論じたい。

8.3.5 4種類の解のまとめ

設計とは前提と仮定のもとでの推測であるために、データに基づいて数理的に処理されたとしても基本的には仮説でしかない。したがって、予測の確認で必ず成功するとは限らない。何としても成功を勝ち得るためには、予測の確認の際に吟味すべき案は複数用意することが望ましい。そのためにどのような解を用意するか、予測の確認を行う際の実施の順番やストップリングルールをどう決めるかが重要である。本研究は4種類の解を取り上げ、その作成法と性質と実施の際のストップリングルールを示した。

9. 選抜型群分割主成分重回帰分析に基づく解析と設計

9.1 選抜型群分割主成分重回帰分析

近年の質問紙調査は質問項目数の多いタイプのものが増えている。このデータを解析する場合に、項目間の関係を調べるために重回帰分析を用いることが多い。その際に、もともと質問項目数の多いために目的変数に当たる項目とそれの説明変数の候補と考えられる項目が多数存在する。そして、取り上げた多数の説明変数の間には強い相関が存在する場合が少なくない。しかし、多数の説明変数は群（グループ）を構成しており、合理的な群に分割すると群内では相関が高くて群間では相関が低いという傾向がしばしば現れる。このような特徴に注目して、本研究は多数の説明変数の間に存在する強い相関を回避して設計を行う（対策を立案する）方法を提案する。

本研究では多数の説明変数を合理的な群に分けて、群ごとに主成分を求め、目的変数の項目に関して主成分を説明変数にした変数選択を行うアプローチのことを群分割主成分重回帰分析とよぶ。このアプローチの特殊な場合であるところの群が一つだけ（つまり群に分けない）という場合が、従来から用いられている主成分重回帰である。また、直交実験のデータを用いる場合には全ての変数は独立なので説明変数一つ一つがそれ自体で群となり、これは群の数が説明変数の数と一致するという場合である。実験データの中には非直交実験データの場合（例えば直交性を譲歩して実験サイズを圧縮した最適

計画などによって得られたデータ）もあり、観測データの場合には計画された観測データ（必要な枠組をかけてはいるが介入はしない消極的なあるいは受動的な実験とも言える観測によって得られたデータ）もある。群分割主成分重回帰分析はこのような一般的な構造を有しているために実験データおよび観測データのいずれも扱うことのできる汎用的な方法である。

同じ群に属する説明変数の主成分は説明変数の間の相関のみで決まり、外的規準である目的変数とは無関係に定まることに注意が必要である。このアプローチにおいて重要な点は、注目する目的変数 y を合理的に説明する式を得ることが目的であるということである。このためモデル化の戦略として、 y との相関の低い説明変数は除外する（解析・設計の対象外としない）ことが望ましい。何故ならば、 y との相関の低い説明変数は、主成分重回帰を混乱させることになるからである。相関の弱い説明変数を外すことはある程度の寄与率の低下を招くこともあるが、明解な構造のモデル化のためには避けられない犠牲である。そして寄与率の低下が深刻でなければ「ケチの原理（オッカムの剃刀）」からしても合理的であると考えられる。そして、本研究では事前に変数を選抜してから行う場合のアプローチを選抜型群分割主成分重回帰分析とよぶ。

群の分け方に関して決定的なルールというものは存在しない。重回帰分析において全数選択を前提にするならば、どのような分け方をしても本質的には同じモデルである。しかし、式の解釈のし易さやその後の設計のし易さにおいては大きな違いを生じる。したがって、以下に示す点を考慮した上で固有技術的な判断も加えて群分けを行うことが望ましい。

- * 群分けは固有技術的に納得できるものにする。

- * 群は細かくした方が主成分の意味が理解しやすい。

【注】細か過ぎると異なる群の間の主成分間に強めの相関が出ることになる。

- * 主成分はあくまでも仲介役で、原則として説明変数（設計因子）で設計する。しかし、主成分の意味がクリアならば主成分に基づいた解釈と設計が望ましい。

- * 群ごとにマハラノビス距離を用意し、これを用いて内挿・外挿はマハラノビス距離で判断する。設計にあたってはこれを制約条件の中に加える。

もし、異なる群の主成分の間で強めの相関が出た場合には、現状の分割は合理的でないことを意味しているので、群の再編成（併合も選択肢）を検討する。

- * 大きく（多数の項目で）併合すれば異なる群の主成分の相関の問題を回避することはできるが主成分の理解が困難になる。

【注】従来の主成分重回帰は群が一つの場合である。

- * 変数選択前に異なる群に属する主成分間に相関があったとしても、変数選択において問題となる他の群の主成分が選択されなければ問題は生じない。その場合には、群を構成する変数が少ない方が主成分の解釈もし易いし、設計においても考慮する変数が少ないためにやりやすい。ただし、低い寄与率の主成分を選択しないと寄与率が若干低くなるのでケチの原理を意識してその兼ね合いを図る。

応用的なポイントとして以下の2点が重要となる。

- * 全体を一つの群にすれば（群を分けなければ）異なる群の間の相関の問題は生じない。しかし、主成分の解釈が困難であるとともに、上位の主成分が選択されずかなり下位的主成分が選択されることが起きる。

- * 目的変数が複数ある場合には、用いる目的変数によって選抜される変数が異なるためにその後主成分の意味が異なる。本質的な群わけの構造は自体は変わらないが、目的変数によっては群の再編成の必要が生じることもある。

9.2 合成関数型の解析と設計（カプセル型の解析と設計）

選抜型群分割主成分重回帰分析により得られた式は数学的には合成関数である。各々の項目が群ごとに主成分を構成し、構成した主成分で重回帰式を作成する。目的変数との相関の低い

変数を外すことで多少の寄与率の低下という代償を払えば、分かりやすい階層構造の式が得られる。互いに相関の強い説明変数（項目）というものは、通常の回帰ではいずれかが選択されるとそれに相関の高いものは選択されないが、主成分に仲介をさせた場合にはいずれも主成分の中に合成関数の形で確保される。この意味で、主成分というものはその中にいろいろなものを閉じ込めているという意味でカプセルの役割を果たしている。したがって群分割主成分重回帰分析に基づく解析と設計というアプローチを「カプセル型の解析と設計」と呼ぶことができる。

主成分に仲介をさせた式を用いるカプセル型の解析（モデル化）と設計（最適化）のメリットは以下の通りである。

- * 目的変数と多数の説明変数の関係が主成分を仲介として階層構造的に理解できる。
- * 主成分の解釈ができれば表層的な説明変数によるのではなく主成分に基づく本質的な設計ができる。
- * 主成分の解釈がクリアにできない場合でも、説明変数で設計をすることができる。
- * 主成分重回帰式の標準偏回帰係数の絶対値の大きさが主成分の重要度付けができ、そのもとでの因子負荷量で説明変数の重要度付けができる。
- * 同一の群で複数の主成分が選択された場合は、主成分を合成した軸上へ射影した場合の値の絶対値の大きさが説明変数の重要度付けができる。

なお、主成分に仲介をさせているという形を取っているため原則として説明変数で設計することになるが、もし得られた主成分がクリアに理解できる場合にはそれ以後の解釈や設計を主成分で行うことが望ましい。

設計に当たっては以下の4つの点に配慮する。

- * 重要な項目が明らかになった場合に、その項目の現状を把握し、伸びしろ（係数が正の場合は上げしろ、係数が負の場合には下げしろ）の有無を把握して設計を考える。
- * 重要な項目に伸びしろがない場合には、現状を維持（確保）する方策を考える。
- * 事情により重要な項目に手が打てない場合

にはその動向や推移を把握し見守ることになる。

- * 変数間の相関に配慮するとともに、内挿・外挿の判断にマハラノビス距離を用いる。

9.3 マハラノビス距離による内挿・外挿の判定

設計に当たってはその対策が内挿かどうかの判定は重要である。分かりやすい場合として3変数の場合と取り上げて説明すると、もし説明変数間が独立ならば、それぞれの範囲で構成される直方体の内部が内挿の範囲となる。しかし、説明変数間に相関がある場合には楕円体（ラグビーボール）の内部が内挿の範囲となる。この場合の内挿・外挿の判定はユークリッド距離では無くマハラノビス距離を用いて行わなければならない。そして、説明変数間の相関が強い場合には楕円体は極めて細いものとなり、直方体（独立ならば内挿の領域）の中のほとんどが外挿となってしまうことに注意が必要である。

9.4 選抜型群分割主成分重回帰分析のまとめ

データには実験データ（しかけてどう反応するかを把握したデータ）と観測データ（しかけずにそのままの有様を把握したデータ）があり、後者においては相関が問題となる。質問紙調査のデータや既存のデータは観測データであるため、そのままでは実験データのような扱いができない。しかし主成分に仲介をさせることによってカプセル型の解析と設計が可能である。その際に、不要な変数による混乱を排除するために事前に選抜を行い、クリアな階層構造をモデル化するために多数の変数を合理的な群に分けたうえで群分割主成分重回帰分析を行うことが有用である。本章では群分割主成分重回帰分析を用いた認識（理解）と設計（創造）する方法を示した。

10. おわりに

本研究の結論は、設計とは未来時制の質の自由な創造であり、これを可能とする設計の本来

あるべき姿は柔軟設計であるということである。仮に事前に因子の役割を既定した場合でも、事後に役割を自由自在に変更して様々な可能性と知見を獲得することが必要である。実験は多大の費用と時間と労力を要するものであるから、ひとたび得たデータから様々なシナリオで有用な情報を引き出すことが重要である。

現実には込み入った状況の中で多様な目的のもとで難しい要求の設計が行われている。したがって、多様な目的のもとでの難しい設計を可能にするために3種の模型化を示した。本研究で提案する理論は、設計における自由を拡大するだけでなく従来の設計を高度化し複雑化するために有用なものである。求解に際して4種類の解が対象となることを示し、それらの特徴を整理した。設計のための求解は柔軟にアプローチすることが重要である。

【参考文献】

- [1] 赤池弘次他 (2007):「赤池情報量規準AIC」, 共立出版.
- [2] デイヴィッド・ハルバースタム (2009):「ベスト&ブライテスト (上・中・下)」, 二玄社.
- [3] エドワード・ルトワック (2014):「エドワード・ルトワックの戦略論」, 毎日新聞社.
- [4] 福島雅夫 (2011):「新版数理計画入門」, 朝倉書店.
- [5] 富士ゼロックス(株)QC研究会編 (1989):「疑問に答える実験計画法問答集」, 日本規格協会.
- [6] 飯塚悦功 (2009):「現代品質管理総論」, 朝倉書店.
- [7] 飯塚悦功 (2013):「品質管理特別講義基礎編」, 日科技連出版社.
- [8] 飯塚悦功 (2013):「品質管理特別講義運営編」, 日科技連出版社.
- [9] ジョセフ・S・ナイ・ジュニア (2013):「国際紛争—理論と歴史」(原著第9版), 有斐閣.
- [10] Joseph, V.R. and Wu, C.F.J. (2002): "Robust Parameter Design of Multiple-Target System", *Technometrics*, 44, [4], 338-346.
- [11] Joseph, V.R. (2003): "Robust Parameter Design With Feed-Forward" *Technometrics*, 45, [4], 284-292.
- [12] 加藤直樹 (2008):「数理計画法」, コロナ社.
- [13] 河村敏彦 (2011):「ロバストパラメータ設計」, 日科技連出版社.
- [14] 河村敏彦, 高橋武則 (2012): 誤差因子に繰り返しがある場合の望目特性に対するパラメータ設計, *Research Memorandum No.1157* (統計数理研究所), pp.1-12.
- [15] 河村敏彦, 高橋武則 (2013):「統計モデルによるロバストパラメータデザイン」, 日科技連出版社.
- [16] 河村敏彦, 高橋武則 (2013):「動特性のパラメータ設計に対する統計的モデリングと最適化」, *日本品質管理学会誌品質*第43巻第3号, pp.102-109.
- [17] 木暮正夫 (1988):「日本のTQC」, 日科技連出版社.
- [18] 近藤良夫編 (1967):「統計的方法百問百答」, 日科技連.
- [19] 今野浩 (1987):「線形計画法」, 日科技連出版社.
- [20] クラウゼヴィッツ (2001):「戦争論 (上・下)」, 中央公論新社.
- [21] 久保幹雄, 田村明久, 松井知己 (2005):「応用数理計画ハンドブック」, 朝倉書店.
- [22] Kume, H., Takahashi T., et al (1985): *Statistical Methods for Quality Improvement*, AOTS.
- [23] 久野誉人, 繁野麻衣子, 後藤順哉 (2012):「数理最適化」, オーム社.
- [24] 草場郁郎 (1985):「操業最適化入門」, 日科技連出版社.
- [25] 松本哲夫監修 (2013):「実験計画法100問100答」, 日科技連出版社.
- [26] 松岡由幸編著 (2006):「製品開発のための統計解析学」, 共立出版.
- [27] 松岡由幸, 加藤健郎 (2013):「ロバストデザイン〜『不確かさ』に対して頑強な人工物の設計法〜」, 森北出版株式会社.
- [28] マイケル・I・ハンデル (2012):「孫子とクラウゼヴィッツ」, 日本経済新聞出版社.
- [29] Miller, A. and Wu, C.F.J. (1996): "Parameter design for signal-response systems: a different look at Taguchi's dynamic parameter design", *Statistical Science*, 11, [2], 122-136.
- [30] 宮川雅巳 (1998):「工系数学講座第14巻統計技法」, 共立出版.
- [31] 宮川雅巳 (2000):「品質を獲得する技術」, 日科技連出版社.
- [32] 宮川雅巳 (2006):「実験計画法特論」, 日科技連出版社.
- [33] Montgomery, D.C. (2001): *Design and*

- Analysis of Experiments, John Wiley & Sons.
- [34] Mori, T. (2011): Taguchi methods: Benefits, Impacts, Mathematics, Statistics, and Applications, ASME PRESS, New York.
 - [35] Myers, R.H., Montgomery, D.C. and Anderson Cook, C.M. (2009): Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments (3rd ed.), Wiley, New York.
 - [36] 永田靖 (2009): 「統計的品質管理」, 朝倉書店.
 - [37] 野中郁次郎ほか (2008): 「戦略の本質」日本経済新聞出版社.
 - [38] Phadke, M.S. (1989): Quality Engineering using Robust Design, Prentice Hall, Englewood cliffs, New Jersey.
 - [39] (社)日本品質管理学会編 (2009): 新版品質保証ガイドブック (2009), 日科技連出版社.
 - [40] (社)日本品質管理学会中部支部産学連携研究会編著 (2010): 「開発・設計における“Qの確保”—より高いモノづくり品質をめざして」, 日本規格協会.
 - [41] Shoemaker, A.C., Tsui, K.L., and Wu, C.F.J. (1991): “Economical experimentation method for robust design”, Technometrics, 33, [4], 415-427.
 - [42] 鈴木義一郎 (1995): 「情報量規準による統計解析入門」, 講談社サイエンティフィク.
 - [43] 田口玄一 (1976, 1977): 「第3版実験計画法 (上) (下)」, 丸善.
 - [44] 高橋武則監修 (1980): 「応用スキー解析」, WISE PRESS.
 - [45] 高橋武則 (1986): 「統計的推測の基礎」, 文化出版局.
 - [46] 高橋武則 (1991): 問題を構成する要素と構造, 品質, 第21巻第2号, pp.23-33.
 - [47] 高橋武則 (1992): 「統計的方法と管理・改善」, 品質月間委員会
 - [48] 高橋武則 (1993): 「統計モデルとQCの問題解決法」, 日本規格協会
 - [49] 高橋武則 (1997): 模擬生産・模擬実験を用いた使命遂行型教育のもとの帰帰診断, 品質管理誌第48巻第1号, pp.86-95.
 - [50] 高橋武則 (1998): 「模擬生産・模擬実験と統計的品質管理」, 品質月間委員会
 - [51] 高橋武則, 田原慎一郎 (2003): “因子数の多い実験のための複葉型紙ヘリコプターの提案”, JSQC第71回研究発表会発表要旨集, pp.219-222.
 - [52] 高橋武則 (2008): “超回帰最適化に基づく総合的頑健設計—統計的質経営と頑健設計の融合—”, JSQC第86回研究発表会要旨集, pp.95-98.
 - [53] Takahashi, T. (2003): “Robust design for mass Production”, Journal of Materials Processing Technologies, 143-144, pp.68-73.
 - [54] Takahashi, T. and Saito A. (2005): “Education of Robust Parameter Design by Twin Rotor Paper Helicopter”, Proc. of International Conference on Quality '05 Tokyo, CD proceeding.
 - [55] Takahashi, T. (2009): “Robust Design by Hyper-regression Optimization”, Proc. of the 7th Asian Network for Quality Congress, Tokyo, pp.668- 677.
 - [56] Takahashi, T. (2009): “Quality Design and Evaluation Based on Hyper Structure for Quality Management”, Proc. of the 7th Asian Network for Quality Congress, Tokyo, pp.1502-1511.
 - [57] Takahashi, T. (2009): “Robust Design by Hyper-regression Optimization ~ Fixed Output and Free Output ~” Proc. of the 7th Asian Network for Quality Congress, Tokyo, pp.1512-1521.
 - [58] Takahashi, T. (2010): “HOPE Theory and JMP Software for Robust Design”, Discovery Summit 2010, pp.1-20.
 - [59] 高橋武則 (2010): “顧客要求域とPDCA型設計”, JSQC第93回研究発表会発表要旨集, pp.103-106.
 - [60] 高橋武則 (2010): “複数の特性の結合設計”, JSQC第93回研究発表会発表要旨集, pp.53-56.
 - [61] 高橋武則 (2010): “HOPE (階層構造最適化) を用いた設計における最適解の摂動的変更による上位の最適化”, JSQC第40回年次大会, pp.109-112.
 - [62] 高橋武則 (2011): “解像度の高い階層解析”, JSQC第95回研究発表会発表要旨集, pp.233-236.
 - [63] 高橋武則 (2011): “調和設計”, JSQC第95回研究発表会発表要旨, pp.237-240.
 - [64] 高橋武則 (2011): “頑健設計のための分離型の設計”, JSQC第95回研究発表会発表要旨集, pp.241-244.

- [65] 高橋武則 (2011): “HOPEにおける超設計～複数の設計単位に対する構造的設計～”, JSQC第96回研究発表会発表要旨集, pp. 57-60.
- [66] 高橋武則 (2012): “因子役割未定型設計の理論”, JSQC第98回研究発表会発表要旨集, pp.233-236.
- [67] 高橋武則 (2012): “因子役割未定型設計の適用”, JSQC第98回研究発表会発表要旨集, pp.237-240.
- [68] 高橋武則 (2012): “入出力データの差分への分解と復元”, JSQC第42回年次大会研究発表会発表要旨集, pp.141-144.
- [69] 高橋武則 (2012): “入出力データに対するベクトル型の超回帰”, JSQC第42回年次大会研究発表会発表要旨集, pp.145-148.
- [70] 高橋武則 (2012): “調和設計の構造”, JSQC第100回研究発表会発表要旨集, pp.25-28.
- [71] 高橋武則 (2012): “非線形入出力の解析と設計”, JSQC第100回研究発表会発表要旨集, pp.29-32.
- [72] 高橋武則, 河村敏彦 (2012): “多水準をもつ誤差因間の交互作用を考慮した望目特性のロバストパラメータ設計”, Research Memorandum No.1160 (統計数理研究所) pp.1-11.
- [73] 高橋武則, 鈴木圭介 (2013): “調和設計の企画化とモデル化と最適化”, 目白大学経営学研, 11, 17-43.
- [74] 高橋武則 (2013): “調和設計における超設計”, JSQC第101回研究発表会発表要旨集, pp.135-138.
- [75] 高橋武則 (2013): “調和設計における事前モデル化と事後モデル化”, JSQC第102回研究発表会発表要旨集, pp.37-40.
- [76] 高橋武則, 河村敏彦 (2013): “非線型システムに対するロバストパラメータ設計”, 日本品質管理学会誌品質第43巻第2号, pp.85-92.
- [77] 高橋武則 (2014): “超最適化による調和設計—未来時制工学のための超最適化HOPE—”, 目白大学経営学研, 12, 73-111.
- [78] 立林和夫 (2004): 「入門タグチメソッド」, 日科技連出版社.
- [79] 戸部良一ほか (1991): 「失敗の本質」, 中央公論新社.
- [80] 刀根薫 (2007): 「数理計画」, 朝倉書店.
- [81] 東京理科大学工学部経営工学科編 (2005): 「マネジメントサイエンス」, 培風館.
- [82] TQM委員会 (2008): 「TQM—21世紀の総合的質経営」, 日科技連出版社.
- [83] 椿広計 (2006): 「ビジネスへの統計モデルアプローチ」, 朝倉書店.
- [84] 椿広計 (2006): “統計科学の横断性と設計科学への寄与”, 横幹第1巻第1号, pp.22-28.
- [85] H. Tsubaki, K. Nishina, S. Yamada (Eds.) (2007): The Grammar of Technology Development, Springer.
- [86] 椿広計, 河村敏彦 (2008): 「設計科学におけるタグチメソッド」, 日科技連出版社.
- [87] 筑波大学ビジネス科学研究科編 (2003): 「ビジネス数理への誘い」, 朝倉書店.
- [88] 鷲尾泰俊 (1988): 「実験の計画と解析」, 岩波書店.
- [89] 鷲尾泰俊 (1997): 「実験計画法入門 (改訂版)」 (第2版), 日本規格協会.
- [90] Wu, C.F.J. and Hamada, M. (2009): Experiments: Planning, Analysis, and Optimization (2nd ed.), New York.
- [91] 渡部昇一 (2009): 「ドイツ参謀本部」, 祥伝社.
- [92] 渡辺美智子, 椿広計編著 (2012): 「問題解決学としての統計学」, 日科技連出版社.
- [93] 山田秀 (2004): 「実験計画法—方法編—」, 日科技連出版社.
- [94] 谷津進 (1991): 「実験の計画と解析基礎編」, 日本規格協会.
- [95] 谷津進 (1991): 「実験の計画と解析応用編」, 日本規格協会.
- [96] 谷津進 (2001): 「技術力を高める品質管理技法」, 朝倉書店.
- [97] 米盛裕二 (2007): 「アブダクション—仮説と発見の論理」, 勁草書房.
- [98] 吉澤正 (1992): 「統計処理」, 岩波書店.