目白大学　人文学研究
第20号　2024　1-29

階層構造のアポーハ論
—語と対象の一体性について—

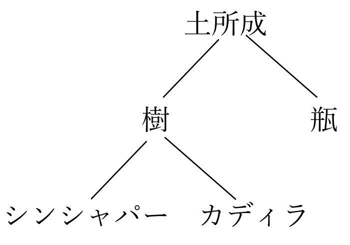
Apoha Theory of a hierarchical structure
―On the unity of word and meaning―

上田　昇
Noboru UEDA

Keywords：*Dignāga, hierarchy of words, double negation*
キーワード：ディグナーガ、階層構造、二重否定

はじめに

インド思想一般において語（*śabda*）と対象（*artha,* 意味）は概念上は紛れのない区別を持っている。語が対象を表し語るのであって、その逆ではない。しかし、周知のようにディグナーガはアポーハ論においてヴァイシェーシカ学派流の句義（*padārtha*）の階層構造を想定しているが、この階層を構成する要素（ノード、節）は語でもあり対象でもある。まさに句-義（*pada-artha*）である。例えば図のような階層構造が（部分的に）想定されていると考えられる。



ここで、樹の特殊たる「シンシャパー」が同じく樹の特殊たる「カディラ」を“排除（*apoha*）”するとされるのであるが、このとき「シンシャパー」は語であり、「カディラ」は対象であろう。もし排除対象（*apohya*）としての「カディラ」を語とするならば、“排除”は音声上の普遍（*śabda-sāmānya*）としてのアポーハであるが、ディグナーガの議論の多くは意味上の普遍（*artha-sāmānya*）に関するものである[1)]。つまり、階層構造におけるノードは、

うえだのぼる：目白大学 名誉教授

アポーハを行う主体としては語（*śabda*）であり、アポーハされる客体としては対象（*artha*）である。

このようにアポーハ論の中で階層構造におけるノードは時に語であり時に対象である。本稿ではこれを語と対象の「一体性」と呼ぶ。あたかもアリストテレスの三段論法第一格で中項が二つの前提の中で片や（いわゆる）主語として、片や述語として用いられるように、ディグナーガの階層構造におけるノードは語でもあり対象でもある。

一方、一般的に我々はしばしば語・内包・外延といった区別をあらかじめ設定して語の意味を論じる。いま我々がこの区別をディグナーガのアポーハ論に持ち込むとき「一体性」はどのような形で現れるであろうか。本稿は前稿「階層構造とアポーハ論」（上田2023）などで用いた「語群」をその性質に関して「一体性」の観点から論理的に整理を試みたものである。第6節［小結］で一応の結論をまとめた。

第7最終節では語と対象を分離しない階層構造について論じるが、あらかじめ問題点を指摘しておくならば次のようである。上のような階層構造の場合、ディグナーガに従えば樹はシンシャパーの「盟友（*mitra*）」であり、カディラはシンシャパーの「敵（*śatru*）」である。ここで、ノードxの否定をnon-xで表すとして、もしシンシャパー以外のノードすべてがnon-シンシャパーであるならば、盟友たる樹もnon-シンシャパーであるから、“non”に「～の敵」の意味合いを読み込むことが難しくなってしまう。第7節ではノードの否定は別様に定義される。

（叙述の都合で本稿は前稿の記述と一部重複するところがあることをお断りする。）

［1］　語と対象の一体性と語群

ディグナーガあるいはヴァイシェーシカ学派が想定する階層構造を構成する要素すなわちノードの下位・上位の関係は「外延」に基づくと考えるのが自然であろう[2)]。例えばPindは、階層構造（hierarchy）を形成するノード―Pindは'term'と呼ぶ―は'treeness'や'substanceness'などの「一般的属性」（'general property'）であるが、階層構造におけるそれらの位置は（それら属性を有する対象の集合たる）「外延」（'extension'）によって決まる、と述べている[3)]。

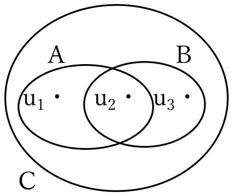
ここには語と対象の明確な分離、そして対象の区分（内包／外延）が見られる（'treeness'や'substanceness'などを「内包」と呼んでおく）。語、内包、外延の三者のうち、我々はいま語と内包を一体のものとしてあらためて語と呼ぶ。階層構造に現れる語すべての集合と、一方、各語の外延の全体すなわち対象すべての集合との対＜語の集合ω、対象の集合U＞を語群と名づける[4)]。

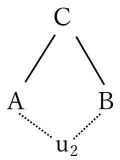
いま階層構造（下位・上位の関係）におけるノードxを語と見たとき、xの外延をM(x)で表す。xの外延がyの外延に含まれるとき、すなわち$M(x) \subseteq M(y)$のとき、我々はノードxとyについてこの順に下位・上位の関係が成り立つとする。

いくつか語群を取り上げて説明を加える。

語群1 <{A, B, C}, {u_1, u_2, u_3}>（ω = {A, B, C}, U= {u_1, u_2, u_3}）

	u_1	u_2	u_3
A	○	○	×
B	×	○	○
C	○	○	○

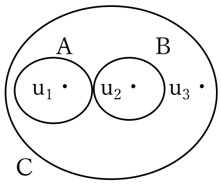


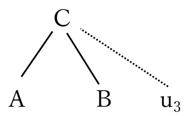


語群表において、○は当該の語が当該の対象に適用できることを、×はできないことを表す。ωの要素xについて、その外延M(x) は○が該当する対象の集合を表す。M(A)= {u_1, u_2}, M(B)= {u_2, u_3}, M(C)= {u_1, u_2, u_3} である。中央の図はオイラー図である。通常はオイラー図には語の外延のみが円（凸閉曲線）で描かれるが、本稿では必要に応じて対象を点で描き込むことにする。右の図は外延の狭・広によって決まる下位・上位の階層構造を表す。通常は点線のような関係（u_2はAおよびBの外延の要素）は描かれない。

語群2 <{A, B, C}, {u_1, u_2, u_3}>（ω = {A, B, C}, U= {u_1, u_2, u_3}）

	u_1	u_2	u_3
A	○	×	×
B	×	○	×
C	○	○	○

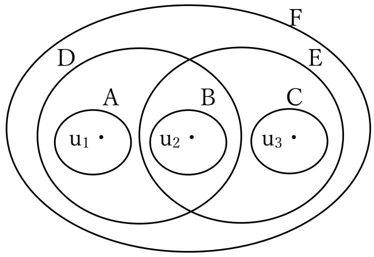


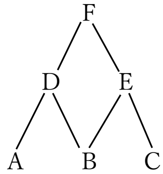


階層構造としては（対象u_3と点線を取除いて）、AおよびBがCの下位語として捉えられるだけである。つまりオイラー図あるいは樹形図は、対象u_3が初めから存在しない語群の場合と同じである[5)]。

語群3　<{A, B, C, D, E, F}, {u_1, u_2, u_3}>（ω = {A, B, C, D, E, F}, U= {u_1, u_2, u_3}）

	u_1	u_2	u_3
A	○	×	×
B	×	○	×
C	×	×	○
D	○	○	×
E	×	○	○
F	○	○	○





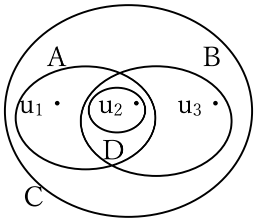
語群3の場合、互いに下位・上位関係にない二語（DとE）が共通の下位語Bを有する。B

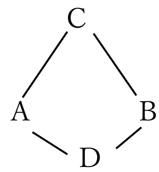
のような語（ノード）が存在する語群を上田（2023）では階層構造Ⅱと呼び、そのような語が存在しない語群1や2の場合を階層構造Ⅰと呼んだ（ただし点線と対象は描き入れない）。

語群1で対象u_2に特有な語Dを追加した語群4は次のような階層構造Ⅱになる。

語群4 ＜{A, B, C, D}, {u_1, u_2, u_3}＞（ω = {A, B, C, D}, U= {u_1, u_2, u_3}）

	u_1	u_2	u_3
A	○	○	×
B	×	○	○
C	○	○	○
D	×	○	×





この語群の階層構造としての樹形[6)] は語群1のu_2を語Dに替えたものである。

さて、ディグナーガは我々が階層構造の基礎に置くような語群を想定してはいない。ディグナーガにあっては階層構造においてそれぞれのノード（語）はいわば外延と密着していると思える。このとき一般にノード（語）は語群における対象を十全に表し得ない。例えば上の語群1で対象u_2のみを表す語はωすなわち{A, B, C}には存在しない。たしかにA, B等を命題変数と見て連言A∧Bを設定して、この意味解釈により、M(A∧B)=M(A)∩M(B)= {u_2} を得ることはできる。しかし「A∧B」(「AかつB」) なる語はωには無いのであり、{u_2} を過不足無く表す語（ωの要素）あるいは語の集合（ωの部分集合）は存在しない。語群2の場合も、例えば {u_1, u_3} は {u_2} の補集合すなわちM(¬B) であるが、これを表すωの部分集合は存在しない（¬Bはωの要素ではない)。

ここで関数hを一般の語群＜ω, U＞におけるωの任意の部分集合αについて次のように定義する。

h(α):= αのすべての要素XについてM(X) の和集合。例えば、α = {A, B} とするとき

h {A, B} =M(A)∪M(B) .

語群＜ω, U＞を所与として、ωの要素を命題変数とする論理式P（ただし含意記号は含まない）について、Uにおける通常の意味解釈によってPの外延M(P) を与える。すなわち、ωの要素すなわち命題変数XにはUにおける所与の外延M(X) を割り当て、否定(¬) を補集合、積(∧) を積集合、和(∨) を和集合で解釈し、その結果をPの外延M(P) とする。(厳密には論理式に関する帰納的定義による。) 例えばM(¬X)=(M(X))^C, M(A∧B)=M(A)∩M(B), M(A∨B)=M(A)∪M(B).（右肩cは補集合を表す。）

すると語群$<\omega, U>$について二つの場合が考えられる。1）任意の論理式Pについて、外延M(P)が<u>ωの部分集合の像</u>（関数hの値）になる。2）或る論理式Pについて、外延M(P)が決してωの部分集合の像にならない。

我々は1）の場合、当該の語群は語と対象の「一体性」を有すると言うことにする[7)]。この「一体性」を有する語群としては、例えば各対象がすべて独自の種名を持つ語群が考えられる（対角線上にのみ○が並ぶ語群表を作ることができる）。しかし上で語群1や2の場合に見たように、一般的には語群は2）であり、「一体性」を有さない。

「一体性」を有する語群としては、上にあげた語群3がある。例えば$M(D \wedge E)=M(D) \cap M(E)=\{u_2\}=h\{B\}$, $M(\neg B)=(M(B))^C=\{u_1, u_3\}=h\{A, C\}$であり、厳密には後述する定理に拠るが、語群3は上に定義した「一体性」を有する。

我々はこの「一体性」を本稿冒頭（「はじめに」）で述べた「一体性」の語群的表現と見なす。

［2］孤立的対象

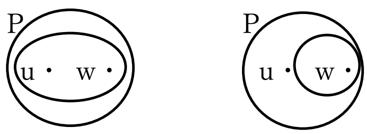
まず語群$<\omega, U>$に関して「孤立的」という概念を定義する[8)]。

> オイラー図上で対象$u \in U$が属する最小（正確には極小）の円[9)]を表す語を$P \in \omega$とする（Pは複数存在し得る）。少なくとも一つのPについて、Pに属する（すなわちM(P)の要素である）或る対象w（ただし$w \neq u$）が属する最小の円（その一つがP自身であってもよい）の一つがPと異なるとき、uを（円Pに関して）孤立的と呼ぶ。「Pと異なる」円が、uが属する最小の円の一つであってもよい。（以下、「最小の円P」などと表記する。）

すると以下の定理1, 2が示すように、語群が孤立的対象を有さないことと語と対象の「一体性」を有することとは同値になる。

定理1：語群が孤立的対象を有さないならば、その語群は語と対象の「一体性」を有する。

証明　孤立的対象が存在しないと<u>仮定</u>する。いま対象をu、そしてuにとって最小の円をPとする。このときPは最下位語（の外延）である。なぜなら、Pが最下位語 でないとすると、PはPの下位語を持つからPの内部に円が描けるが、その円がuを含めばPがuにとって最小の円であることに反し、uを含まなければuは孤立的であることになってしまうからである。

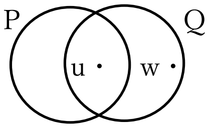


従って<u>仮定</u>の下ではuにとって最小の円Pは最下位語であるが、この場合、対象uは唯一つ

の最下位語の外延（最小円）に属する。なぜなら次に示すように、もしuが属する最小円が複数あるとすると矛盾が生じるからである。

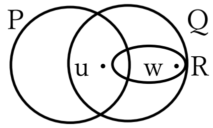
まずuが属する二つの異なる最小円をP, Qとする。このとき次の二つの場合が考えられる。（いずれの場合もw∉Pかつ w∈Qとする。）

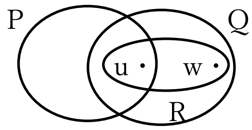
1）Qがwにとって最小の円であるとする。



Qに属するuにとっての最小の円PはQと異なるから、定義によりwは孤立的である。仮定に反する。

2）Qがwにとって最小の円でないとする。するとQの内部に円Rが存在して、w∈R.





前提（点下線）によりQはuにとって最小の円であるから、もし u∉Rならば、uは孤立的（左図）。仮定に反する。ゆえにu, w∈Rである（右図）。するとuにとって最小の円（RあるいはRの内部の円）がQの内部に存在してしまう。Qはuが属する最小円（の一つ）とする前提（点下線）に反する。

1），2）のいずれの場合も矛盾に陥るゆえに、uは唯一つの最小円に属する。この最小円をP_uで表す。Uの要素はいずれかの最小円（最下位語の外延）に属し複数の最小円には属さないから、階層構造における最下位語の外延の集合は対象領域Uの直和分割になる（$P_w \neq P_u$ならば$P_w \cap P_u = \phi$）。

このことから、Uにおける集合上の操作（補集合・積・和）は最下位語の外延（最小円）を最小単位として行われると言える。従って任意の論理式Pについて、ωの部分集合αが存在して、h(α)=M(P) となるであろう。すなわち当該の語群は「一体性」を有することはほとんど明らかである。（証明の詳細は定理3に関連して述べる補題参照。）

定理１の暫定的な証明終

なお、これまでの証明において「最小の円」（語）と「最小円」（最下位語）は区別される。前者は特定の対象が属する最小（極小）の外延を持つ語の外延であるが、後者は語群を階層構造と見たときの最下位語の外延を意味する。「最小の円」は必ずしも「最小円」ではない。2）の左図の場合Qは対象uにとって「最小の円」であるが、語群において「最小円」であるわけではない。また第１節の語群２においてC（の外延）はu_3にとっての「最小の円」であるが、

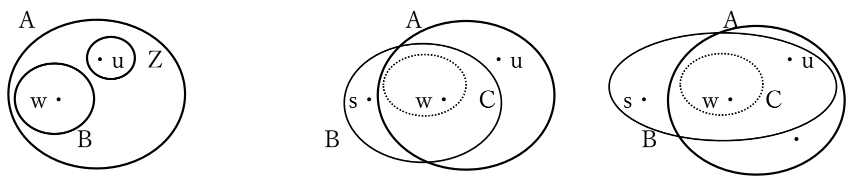
語群における「最小円」（最下位語）ではない。

定理２：語群が孤立的対象を有するならば、その語群は語と対象の「一体性」を有さない。

証明　孤立的対象をu, そしてuが属する最小の円を$M(A)$とする。uは「孤立的」だから、定義より、$M(A)$の要素wがあって、$M(A)$とは異なる、wが属する最小の円$M(B)$が存在する（Aは最下位語とは限らない）。

１）$M(B)$が$M(A)$に含まれるとき。$u\in M(B)$と仮定すると、$M(A)$がuにとっての最小の円であることと矛盾するので、$u\notin M(B)$. 従って$u\in M(A)\cap(M(B))^{C}=M(A)\cap M(\neg B)=M(A\wedge\neg B)$.「一体性」が保たれると仮定すると、所与の語群の$\omega$の或る部分集合$\alpha$が存在して$h(\alpha)=M(A\wedge\neg B)=M(A)\cap(M(B))^{C}$. ゆえに$\alpha$の任意の要素Xについて$M(X)\subseteq M(A)$かつ$M(X)\subseteq(M(B))^{C}$. $u\in h(\alpha)$より、αのいずれかの要素Zに対して$u\in M(Z)$. 従って、$u\in M(Z)\subseteq M(A)$かつ$M(Z)\subseteq(M(B))^{C}$. そして$w\in M(A)\cap M(B)$であるから、$u\in M(Z)\subsetneq M(A)$. これはuが属する最小の円が$M(A)$であることと矛盾する。（左図参照）

２）$M(B)$が$M(A)$に含まれないとき。$s\in M(B)\cap(M(A))^{C}$とする。$h(\alpha)=M(A\wedge B)=M(A)\cap M(B)$となる$\alpha\subseteq\omega$が存在するならば、或る語$C\in\alpha$について、$w\in M(C)$かつ$s\notin M(C)$. ゆえに$w\in M(C)\subsetneq M(B)$. これは$M(B)$が、wが属する最小の円であることと矛盾する。（右二図参照。点線円は$M(C)$を表す。）



$M(B)\subset M(A)$のとき　　　　$M(B)$が$M(A)$に含まれないとき

（なお、u, $w\in M(A)$で、wにとって$M(B)$は最小の円だから$M(A)\subset M(B)$のケースはない。）

いずれの場合も「一体性」は保たれない。

定理２の証明終[11)]

第１節の語群１ではu_1とu_3が孤立的対象である。語群2ではu_3が孤立的である。また、u_3が属する（オイラー図上の）最小の円は語Cの外延であるが、語Cは階層構造における最下位語ではない。語群３には孤立的対象が無く、従って「一体性」を有する。なお語群３は階層構造Ⅱであることが留意されるべきである。語群４も階層構造Ⅱであるが、u_1およびu_3が孤立的であり、従って「一体性」を有さない。実際$M(\neg D)=(M(D))^{C}=\{u_1, u_3\}$であるが、$h(\alpha)=\{u_1, u_3\}$となる$\alpha\subseteq\omega$は存在しない。

［3］　アポーハ論的意味

前節で示したように、語群＜ω, U＞における対象領域Uの部分集合は必ずしも語の集合ωの部分集合の像（関数値）にはならない。特にωの要素（語）の外延の積集合や補集合は一般的にはωの部分集合の像にはならない。

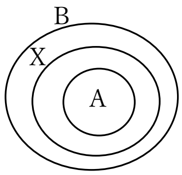
我々は各語の外延の細分・分割を避けて、ωの要素（語）それぞれの外延を最小単位として対象領域を考えたい。そのために我々は常にωの部分の像（関数値）に限定されたUの部分に視界を限ることにする。Uのあらゆる部分集合の集合、すなわちUの冪集合は過剰なのである。

先ず語（ωの要素）について、その「付値」を定義する（上田2023参照）。

$Z\in\omega$に対して、

Xの付値：$[X]=\{Z\in\omega \mid M(Z)\subseteq M(X)\}$

（Xの下位語すべての集合。XはX自身の下位語である。）



$[X]=\{X, A\}$
（B はＸの付値に含まれない。）

ωの要素について定義した付値を論理式（ただし含意記号は含まない）に拡大するにあたり次の関数 gを定義する。

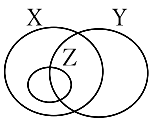
sをUの任意の部分集合とするとき、

$g(s):=\{X\in\omega \mid M(X)\cap s=\phi\}$. すなわち、$\omega$の要素でその外延がsと交わらないものすべての集合。例えば第１節の語群３で$s=\{u_1, u_2\}$のとき、$g(s)=\{C\}$.

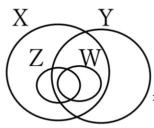
続いて、論理式の付値をωの要素から始めて帰納的に定義する。

<u>$[X\wedge Y]=[X]\cap[Y]$, $[X\vee Y]=[X]\cup[Y]$, $[\mathrm{non}X]=g(h([X]))$</u>.　下図１)，２)，３）参照。以下$g(h([X]))$ を$gh[X]$ と書く。

1)



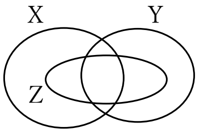
$Z\in\omega$
$\Rightarrow$ $[X\wedge Y]=[X]\cap[Y]=\phi$



$Z, W\in\omega$
$\Rightarrow[X\wedge Y]=[X]\cap[Y]=\{W\}$

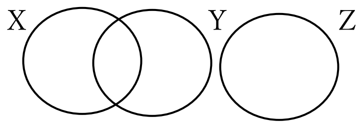
左図の場合、$Z\in[X], Z\notin[Y]$.　　右図の場合、$Z\in[X], Z\notin[Y], W\in[X], W\in[Y]$.

2)



$Z\in\omega$
$\Rightarrow$　$Z\notin[X\vee Y]=[X]\cup[Y]$

図の場合、$Z\notin[X\vee Y]$ではあるが、$M(Z)\subseteq h[X]\cup h[Y]$であるから、$h[X\vee Y]=h[X]\cup h[Y]$.

3) 

$X, Y, Z \in \omega$
$\Rightarrow$ $[\mathrm{nonX}]=gh[X]=\{Z\}.$
$[\mathrm{nonnonX}]=gh[\mathrm{nonX}]=gh\{Z\}$
$=\{X,Y\}\supsetneq\{X\}=[X]$

図の場合、$h[\mathrm{nonX}]\neq(M(X))^C$である。

語群＜ω, U＞を所与とするとき、ωの要素を命題変数とする論理式Pについて、その付値[P]（ωの部分集合）が上の手順によって定まる。我々はh[P]をPの“外延”と呼ぶ（Pが命題変数すなわち、ωの要素であるときは、Pの“外延”はPの外延M(P)に一致する）。[P]はωの部分集合であるから、“外延”は必然的に関数hによる像(関数値）となる。

さてディグナーガのアポーハ論に関連して、筆者は論理式（拡大された語）のアポーハ論的意味(artha）を上の“外延”を用いて次のように定義した（上田2023参照)。

$\mathrm{artha}(P):=\mathrm{cov}((h[P])^C).$

ここでcovは次のように定義される関数である。

cov(s)：対象の集合$s\subseteq U$について、その外延がsと交わる語$X\in\omega$の集合をsの「被覆」と呼びcov(s）で表す。すなわち、$\mathrm{cov}(s)=\{X\in\omega \mid M(X)\cap s\neq\phi\}$.
例えば、第1節の語群1で$\mathrm{cov}\{u_1, u_2\}=\{A, B, C\}$, 語群3で$\mathrm{cov}\{u_1, u_2\}=\{A, B, D, E, F\}$.

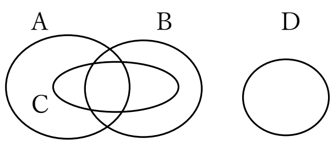
この定義において（$(h[P])^C$は対象領域UにおけるPの“外延”h[P]の補集合である。我々は上で一般に語の外延の補集合は「一体性」を妨げるものであることを見たが、“外延”の補集合もまた「一体性」を妨げる。補集合の確定は一般に語の所与の外延の分割を必要とし、従って階層構造を破壊する。

インド論理学の研究において、しばしば否定名辞の外延的意味解釈として（元の名辞の外延の）補集合が採用される。本稿の記号を使えば、語Pの否定¬Pの外延M(¬P）をM(P）の補集合$M(P)^C$とするものである[12]。しかし、語群を所与として、$M(P)^C$は一般的に語（ωの部分集合）の像（関数値）にならない。上のartha(P）の定義における（$(h[P])^C$も一般的には語（ωの部分集合）の像（関数値）にならない。従って、もし語Pのarthaを$(h[P])^C$とするならば、それは語と対象の「一体性」を妨げるものである。「一体性」を保つために我々はωの語の外延を分割することなくアポーハ論的意味(artha)を定める。上の定義においては、「被覆」を意味する関数covによって、論理式(拡大された語)のarthaはωにおける語の集合とし

て定義されることになる。語Pの適用されない対象が何と何から構成されているか、その名前（種名）の一覧を所与の語群から選ぶのである[13]。

［4］二重否定と孤立的対象

前節の定義より、否定名辞nonPのarthaすなわちartha(nonP) はcov((h[nonP])^{C}) であり、さらにartha(nonnonP)はcov((h[nonnonP])^{C}) である。上田・平林（2012）では、語群を所与として、[P]=[nonnonP]が成立するための条件を求めた（定理4.3：[P]=[nonnonP] の必要十分条件は、$\forall A \in \omega -$([P]∪[nonP]) についてM(A)∩h[nonP]$\neq \phi$）。しかし、[P] = [nonnonP]はartha(P)=artha(nonnonP) の十分条件ではあるが、必要条件ではない。例えば次のオイラー図で表せる語群では、P=A∨Bとするとき、[P]≠[nonnonP] であるにもかかわらず、artha(P)=artha(nonnonP) が成り立つ。



[P]=[A]∪[B]={A, B}. [nonP]=gh[P]={D}.
[nonnonP]=gh[nonP]=gh{D}={A, B, C}.
artha(P)=cov(h[P])^{C}={D}.
artha(nonnonP)=cov(h[nonP])=cov(h{D})={D}.

（一般に論理式Pについて、artha(nonP) =cov(h[P]) が成り立つ[14]）。

ここで次の定理が成り立つ。

定理3：孤立的対象を有さない語群の場合、
　任意の論理式Pについてartha(P)=artha(nonnonP).

定理**3**の証明のため、まず次の補題を証明する。

補題　孤立的対象を有さない語群においては、任意の論理式PについてM(P)=h[P]（すなわち、Pの外延=Pの“外延”）。

補題の証明　まずPを論理式（拡大された語）とするとき、任意のX∈ωについて、

X∈[P] ならばXの任意の下位語Zについて、Z∈[P] である。

このことは [P] の定義・構成の仕方から明らかである。（例えば、論理式Qを所与として、P=nonQの場合、[nonQ]=gh[Q] であるから、X∈gh[Q] すなわちM(X)∩h[Q]=ϕのとき、Xの下位語ZについてM(Z)∩h[Q]=ϕすなわちZ∈gh[Q]=[P].）

孤立的対象が存在しないとき、定理1の暫定的な証明の中で述べたように、語群＜ω, U＞においてUは最下位語の外延によって直和分割される。いま最下位語すべての集合を$\underline{\omega}$で表し、$\underline{[P]}=\underline{\omega}\cap$[P] と定義する。[P] に属する語について、そのすべての下位語が [P] 自身

に属し、かつUは最下位語の外延によって直和分割されているから、$h[P]=h\underline{[P]}$.

いま論理式P, Qについて、$\omega\cap([P]\cap[Q])=\{C_1, C_2, \ldots\}$とする。このとき、明らかに、

$h\{C_1, C_2, \ldots\}\subseteq h([P]\cap[Q])\subseteq h[P]\cap h[Q]$

$=h\underline{[P]}\cap h\underline{[Q]}$

$=h(\underline{[P]}\cap\underline{[Q]})$（∵最下位語がUを直和分割する。）

$= h\{C_1, C_2, \ldots\}$.

ゆえに、$h[P\wedge Q]=h([P]\cap[Q])=h[P]\cap h[Q]$[15].

この結果（波線）を用いて、Pにおける論理記号の個数nについての帰納法によって$M(P)=h[P]$ を証明する。

n=0 のとき。

$P\in\omega$のとき、$M(P)=h[P]$ は付値の定義から明らか。

$n\leqq k$のとき、$h[P]=M(P)$ と仮定する。

n=k+1のとき。

・PがQ∧Rの場合。仮定により$h[Q]=M(Q)$, $h[R]=M(R)$ だから、

$h[Q\wedge R]=h([Q]\cap[R])= h[Q]\cap h[R]=M(Q)\cap M(R)=M(Q\wedge R)$.

・Pが¬Qの場合。仮定により$h[Q]=M(Q)$ だから、

$M(\neg Q)=M(Q)^C=(h[Q])^C=(h\underline{[Q]})^C =h(\underline{\omega}-\underline{[Q]})$.

一方$h[nonQ]=hgh[Q]=hgh\underline{[Q]}=h(\underline{\omega}-\underline{[Q]})$.

ゆえに$M(\neg Q)= h[nonQ]$.

・PがQ∨Rの場合。仮定により$h[Q]=M(Q)$, $h[R]=M(R)$ だから、

$M(Q\vee R)=M(Q)\cup M(R)=h[Q]\cup h[R]=h([Q]\cup[R])=h[Q\vee R]$.

以上により、任意の論理式Pについて$M(P)=h[P]$.

補題の証明終

第２節定理１の暫定的な証明における$h(\alpha)=M(P)$ は、この補題により$h[P]=M(P)$ に置き換えられる。（定理１の証明終）

定理3の証明　語群$<\omega, U>$が孤立的対象を有さないとする。補題によって、任意の論理式Pについて$M(P)=h[P]$ である（左辺における¬を右辺におけるnonに対応させる）。特に$M(\neg P)=h[nonP]$ である。従って$h[nonnonP]=M(\neg\neg P)=M(\neg P)^C=M(P)^{CC}=M(P)=h[P]$. ゆえにartha(nonnonP)=artha(P).

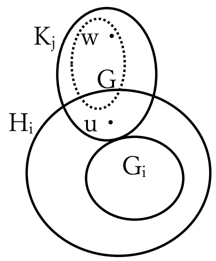
定理3の証明終

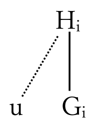
また、定理３の逆が成り立つ。すなわち、

定理４：任意の論理式Pについてartha(nonnonP)=artha(P) ならば、語群は孤立的対象を有さない。

証明 対偶を証明する。語群<ω，U>における孤立的対象の一つをuとする。いまUのどの要素にとっても最小の円は有限個であるとする[16)]。そしてuにとっての最小の円のいずれも最下位語でないと仮定する。このうち、それに関してuが孤立的となるものをH_1, H_2, ..., H_nとする。仮定よりH_i（i=1，2，...，n）はいずれも最下位語でないから、各iについて語Gが存在して、M(G)⊊M(H_i) である。iごとにこのようなGの一つを選んでG_iとする。H_iはuにとって最小の円であるからu∉M(G_i).

uにとって最小の円K_j（j=1, 2, ..., m）に関してuは孤立的でないとする。仮定によりK_jは最下位語でないから、K_jの下位語G（点線円で表示）が存在するが、K_jはuにとって最小の円であるからu∉M(G). 一方M(G) の任意の要素wはK_jに属するからuはK_jに関して孤立的になってしまう。矛盾。ゆえにm=0すなわちK_jは存在しない。





点線はuがM(H_i)に属することを表す.

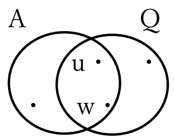
ここで論理式$G_1 \vee G_2 \vee ... \vee G_n$をQとする。すると、u∉h[Q∨nonQ]. なぜなら、u∉h[Q] は明らかだが、次の理由でu∉h[nonQ] でもあるからである。

もしu∈h[nonQ] ならば、或る語L∈[nonQ] があって、u∈M(L) かつM(L)∩h[Q]=φ. ここでもしLがH_i（i=1, 2, ..., n）の一つでなければ、すなわちLがuにとって最小の円でなければ、LはH_iの少なくとも一つを下位語に持つ。従って、いずれかのG_k（k=1, ..., n）を下位語に持つ。ゆえに、L∉［nonQ］となって矛盾。従って、LはHiの一つであるが、この場合もLはいずれかのG_k（k=1, ..., n）を下位語に持つから、L∈［nonQ］と矛盾する。ゆえにu∉h[nonQ] であり、従ってu∉h[Q∨nonQ](=h[Q]∪h[nonQ]）である。

以上によりH_i(i=1, 2, ..., n)∈artha(Q∨nonQ). 一方cov(h[non(Q∨nonQ)])=

cov(h([nonQ]∩[nonnonQ]))=cov(h(φ))=φ. すなわちartha(nonnon(Q∨nonQ))=φ（∵artha(nonnon(Q∨nonQ))=cov(h([nonQ]∩[nonnonQ])). 注14参照）。ゆえにartha(nonnon(Q∨nonQ))≠artha(Q∨nonQ). 従って仮定は否定される。

以下、孤立的対象の一つをuとし、uが属する最小の円が最下位語Aであるとする。「孤立的」の定義によりM(A) におけるuと異なる点w∈M(A) が存在してwの属する（Aと異なる）最小の円がある。その一つをQ∈ωとする（Qは最下位語とは限らない)。



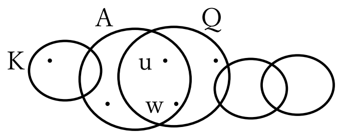
論理式として$Q \vee \mathrm{non}A$を考える。明らかに$A \in \mathrm{artha}(Q \vee \mathrm{non}A)$である。

1）$A \notin \mathrm{cov}(h[\mathrm{non}(Q \vee \mathrm{non}A)])$の場合。

$\mathrm{cov}(h[\mathrm{non}(Q \vee \mathrm{non}A)]) = \mathrm{artha}(\mathrm{nonnon}(Q \vee \mathrm{non}A))$だから（注14参照）、$\mathrm{artha}(Q \vee \mathrm{non}A) \neq \mathrm{artha}(\mathrm{nonnon}(Q \vee \mathrm{non}A))$.

2）$A \in \mathrm{cov}(h[\mathrm{non}(Q \vee \mathrm{non}A)])$の場合。

このときωの或る要素Kが存在して、$K \in [\mathrm{non}(Q \vee \mathrm{non}A)]$かつ$M(K) \cap M(A) \neq \phi$. ここでAは最下位語だから$M(K) \subsetneq M(A)$は成り立たない。また$K \in [\mathrm{non}(Q \vee \mathrm{non}A)] = [\mathrm{non}Q] \cap [\mathrm{nonnon}A] \subseteq [\mathrm{non}Q]$であるから$K \neq A$. さらに$K \in [\mathrm{nonnon}A] = gh[\mathrm{non}A]$より$M(K) \cap h[\mathrm{non}A] = \phi$. 従って$K \in \mathrm{artha}(A \vee Q \vee \mathrm{non}A)$.

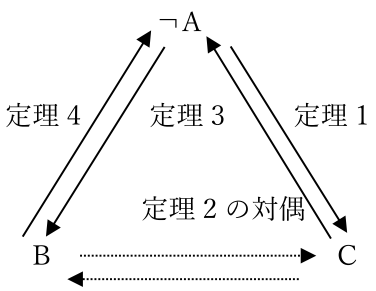


しかし$K \notin \mathrm{cov}(h[\mathrm{non}(A \vee Q \vee \mathrm{non}A)])$. なぜなら$[\mathrm{non}(A \vee Q \vee \mathrm{non}A)] \subseteq [\mathrm{non}A] \cap [\mathrm{nonnon}A] = \phi$. ゆえに$\mathrm{artha}(A \vee Q \vee \mathrm{non}A) \neq \mathrm{artha}(\mathrm{nonnon}(A \vee Q \vee \mathrm{non}A))$.

いずれにせよ、語群$\langle \omega, U \rangle$が孤立的対象を有するとき、或る論理式Pが存在して$\mathrm{artha}(P) \neq \mathrm{artha}(\mathrm{nonnon}P)$である。

定理4の証明終

定理1～定理4の関係は次のようになる。



A ：孤立的対象を有する

B ：arthaに関して二重否定除去が成り立つ

C ：語と対象（外延）の「一体性」を有する

ここで$B \Rightarrow C$は$B \Rightarrow \neg A$（定理4）と$\neg A \Rightarrow C$（定理1）から言える。また$C \Rightarrow B$は$C \Rightarrow$

¬Ａ（定理2の対偶）と¬Ａ ⇒ Ｂ(定理3) から言える。つまり語と対象（外延）の「一体性」は語のアポーハ論的意味(artha) に関する二重否定除去として現れる。

［5］孤立的対象と事物の分類

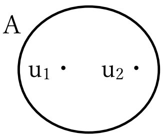
孤立的対象を有さない語群はそれを階層構造と見たときの最下位語の外延の集合が対象領域を直和分割するのであった。いまそのような語群があったとして、そこに新たな対象が生じた場合を考える[17)]。簡単のために最初に語群＜{A}，{u_1}＞を設定する（u_1∈M(A))。そして新たな対象をu_2とする。u_1∈M(A) であることには変化がないとする。そのとき種々の状況が考えられる。（1）乃至７）の状況を同じ番号のオイラー図で示す。）

１）u_2もＡの外延に含まれ、新たな語は生まれない。u_2∈M(A).

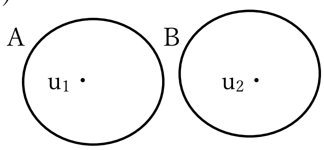
２）u_2はＡの外延に含まれずに、新たな語Bの外延に含まれる。u_2∉M(A) かつu_2∈M(B).

３）u_2はＡの外延に含まれ、同時に新たな語Bの外延に含まれる。u_2∈M(A) かつu_2∈M(B).

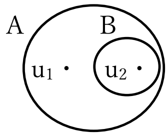
1)



2)



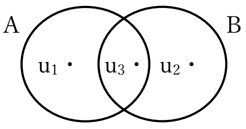
3)



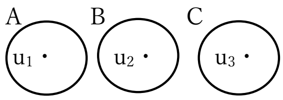
このうち、３）のu_1が孤立的である。

さらに対象u_3が語群に追加されたとする。様々な状況が考えられるが、その一部として次の４), ５), ６）が考えられる。オイラー図（対象を描き加えて）を記す。

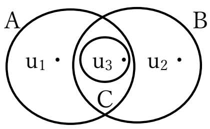
4)



5)

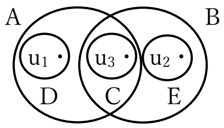


6)



このうち語群４）と６）がともにu_1とu_2を孤立的対象として有する。４）ではu_3に特有の名前（種名）が無い。６）はu_3が特有の名前Cを従来のA, Bの他に持つ。さらにu_1とu_2がそれぞれ特有の名前D, Eを持てば、次の７）を得る。７）には孤立的対象は存在しない。

7)



定理１と２によって、語群が孤立的対象を有さないことと、語群が語と対象の「一体性」を

有することとは同値であったが、これはつまるところ対象領域が最下位語の外延による直和分割になるからであった。すなわち任意の対象はそれぞれ唯一つの最下位語の外延に分類されるのである。

語群4）でu_3はＡとＢという二つの最下位語に同時に属してしまう。また語群６）は最下位語Ｃだけでは対象領域を覆い尽くしておらず、最下位語ならざるＡとＢが必要である。このような状態は対象の分類が未完であると言うべきであろう。これに対し、語群５）は最下位語A, B, Cが、また７）は最下位語C, D, Eが対象領域を直和分割しており、その意味で分類が完了している言うことができる。なお６），７）は階層構造Ⅱである。

定理３と４により、語群が孤立的対象を有さないことと、任意の論理式Ｐについてartha（nonnonP）=artha（P）が成り立つことは同値である。言い換えれば、語群５）や７）は分類が完了した安定的な状態であり、そのことがアポーハ論的にはarthaに関する二重否定除去となって現れると言えよう。反対に、分類が未完の状態ではarthaに関する二重否定除去は必ずしも成り立たず、否定nonは非古典論理的（直観主義論理的）に振る舞うのである。

［6］小結

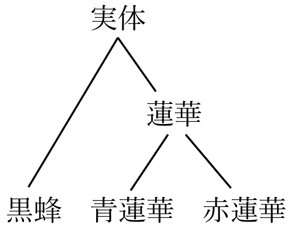
本稿の「一体性」には二つの意味があった。第一は階層構造におけるノードが語でもあり対象でもあるという意味であり、第二はその語群的表現、すなわち対象（の集合）が常に語（の集合）の像（関数値）になることである。ここで対象（の集合）を外延とするとき、語群は後者の意味の「一体性」を有するとは限らない。殊に否定名辞の外延（補集合）や連言の外延は一般的には語（の集合）の像（関数値）にならず、「一体性」の破壊者となる。

我々のアポーハ論的意味（artha）は次の二つの点によって語と対象の第二の「一体性」の破壊を免れていると考えられる。1）対象領域は語（の集合）の像（関数値）たる対象（“外延”）に限定される。2）“外延”の補集合そのものではなく、補集合に基づく語の集合をarthaとしている。

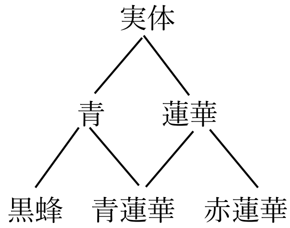
本稿で示したことは、語群について、孤立的対象を有さないこと（¬A:これは最下位語が対象領域を直和分割することに他ならない）、アポーハ論的意味（artha）に関して二重否定除去が成り立つこと（B）、そして語と対象（外延）の「一体性」（第二の「一体性」）が保たれること（C）、これら三者は互いに同値であるということである。

上田（2023）では階層構造Ⅱがディグナーガ自身の念頭にはなかった可能性を認めつつも、「青蓮華」は「青」と「蓮華」の連言「青∧蓮華」と同じarthaを持つ語として階層構造Ⅱの中で位置づけられるべきことを論じた。

階層構造Ｉ



階層構造Ⅱ



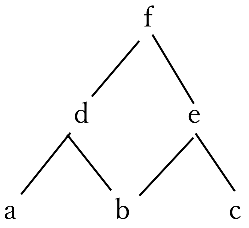
ディグナーガが想定する階層構造は、語群として見れば語と対象の「一体性」が保たれる、言い換えれば孤立的対象を有さない語群であるかも知れない。その場合、二重否定名辞のarthaは元の名辞のarthaと等しい。しかしarthaについてのこの性質は命題￢ＡあるいはＣと同等であるから、階層構造Ⅱの場合にも成り立ち得るのであり、階層構造Ｉ自体に根拠を持つ性質ではない。

我々が考える語群一般はディグナーガが想定したであろう語群あるいは階層構造に比べて余分な可能的要素を持っている。孤立的対象の存在がその一つであり、「青蓮華」が「青」の下位語に位置づけられること（階層構造Ⅱ）が他の一つである。我々はこれら余分な要素を持つ語群上で、語と対象の第二の「一体性」（第一の「一体性」の語群的表現）を保つべく語のアポーハ論的意味（artha）を設計した。それは、否定名辞については補集合による意味解釈からの決別を要求する。すなわちnon牛は「馬」や「羊」なる語を必要とするのである（否定辞nonはインド文法学で言うところの定立的否定（*paryudāsa*）になる）。同様に「青∧蓮華」なる連言―連言辞∧（「かつ」）は言語の表面には現れないが―は積集合による意味解釈をではなく、「青蓮華」なる語を要求するのである。

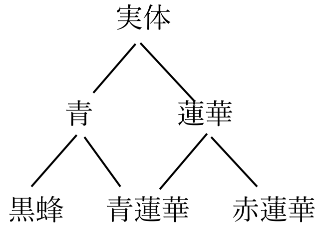
［7］階層構造のアポーハ論

（1）階層構造

階層構造の基礎に語群を置いて、語群に沿ってアポーハ論を論じてきたが、語群上の付値によるarthaは語群＜ω，U＞におけるωの部分集合として求められた。それは明らかに語とその外延を分離して語のみを抽出することである。従って語と対象の「一体性」は不徹底であると言わざるを得ない。「一体性」を徹底するために、我々は階層構造そのものを所与として、その要素すなわちノードを単位としてarthaを求めるアポーハ論を構想したい。下に示す階層構造F1に沿って考える。



階層構造 F1



具体的名辞による F1

ここでa乃至fは階層構造F1の要素すなわちノードの名前とする。このときノード間の下位・上位関係の「根拠・由来・理由」といったものは問わない。とにもかくにも下位・上位関係が決まっているノードの集合が所与である（ディグナーガの場合はノードは語Xとその外延M(X) の対（X, M(X)）であり、ノード間の下位・上位はPindも言うように外延の狭・広に拠ると考えられる。第1節冒頭参照)。

階層構造に関するディグナーガの主張は次の命題として表すことができる（上田2023参照)。

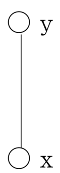
（命題A）下位・上位（特殊・普遍）の関係にある二つのノードは互いに排除しない。

これは事実上、次の命題と同値と見なしてよいと考えられる。

（命題B）下位・上位（特殊・普遍）の関係にない二つのノードは互いに排除する。

ディグナーガの場合は階層の上位ノード（普遍）は複数の直下の（すなわち直線で直接結ばれる）下位ノード（特殊）から構成されると考えられる。つまり、普遍は特殊$_1$, 特殊$_2$, …から構成され、そしてこれら特殊i（i=1, 2, …）のそれぞれはまた普遍として更なる特殊から構成される。これが繰り返されると考えられる。

これに対し我々はノードxがノードyの唯一の下位ノードである次のような構造も階層構造に含める。



しかしどの鎖（ノードを結ぶ直線による繋がり）にも最下位ノード、すなわち自身以外に下位ノードを持たないノードが存在するものとする。言い換えればノードの無限下降鎖は存在しないものとする[18)]

さて、階層構造一般におけるノードxについて、

<x>:= {xの下位ノード}（ただし「下位」を広義にとりx∈<x>とする。）

と定義する[19]。そして$<x>$をxの「(階層構造上の）付値」と呼ぶ。xが最下位ノードであることは、$<x>=\{x\}$として表すことができる。

構造F1では$<f>=\{f\}\cup<d>\cup<e>$となる。同様に$<d>=\{d\}\cup<a>\cup<b>$, $<e>=\{e\}\cup<b>\cup<c>$となる。a, b, cはいずれも最下位ノードであるから、$<a>=\{a\}$, $<b>=\{b\}$, $<c>=\{c\}$, 従って$<d>=\{d\}\cup<a>\cup<b>=\{d, a, b\}$, $<e>=\{e\}\cup<b>\cup<c>=\{e, b, c\}$, $<f>=\{f\}\cup<d>\cup<e>=\{f, d, e, a, b, c\}$.

先の命題A, Bは次のように表すことができる。x, yをノードとするとき、

（命題A）$y\in<x>$または$x\in<y>$ ⇔ xとyは互いに排除しない。（⇔は同値を表す。）

（命題B）$y\notin<x>$かつ$x\notin<y>$ ⇔ xとyは互いに排除する。

このとき明らかに「排除」は対称的である。つまり、xはyを排除する ⇒ yはxを排除する。

ところでディグナーガのアポーハ論は次の主張を肯定すると思える（上田2023の命題4参照)。すなわち、

（命題C）下位ノードによる排除はその上位ノードによる排除より多い。

しかし命題Cにおける「排除」は命題A, Bにおける「排除」とは異なる意味を持っていると見なければならない。なぜなら「排除」についての（B）の定義によれば、例えば構造F1の場合、dの排除対象（*apohya*）の集合は$\{c, e\}$, bのそれは$\{a, c\}$であり、bはdの下位ノードであるにもかかわらずeを排除しないからである。

上田（2023）では事実上命題Cに基づいて語の下位・上位関係をアポーハ論的意味（artha）の包含関係によって定義したが、その場合の「排除」は個物（眼前の一本の樹）に対する語の適用という状況に関連して考えられた（そしてarthaは語の集合であった)。いま命題Cはどのように解することができるか。

我々はノードxについて、xのarthaをxの下位ノードすべての集合の補集合と定義する。すなわち、

$\mathrm{artha}(x):=<x>^{C}$.

すると次の同値関係が明らかである。

xはyの下位ノード ⇔ $<x>\subseteq<y>$ ⇔ $\mathrm{artha}(x)\supseteq\mathrm{artha}(y)$.

すなわち、

（＊）xはyの下位ノード ⇔ $\mathrm{artha}(x)\supseteq\mathrm{artha}(y)$.

上田（2023）ではそこでのarthaの定義によって、

xはyの下位語 ⇔ $\mathrm{artha}(x)\supseteq\mathrm{artha}(y)$

が成り立ったが（「下位語」の定義)、いまここでも同様の同値関係が（arthaの異なる定義の下で）成り立つ。我々は命題Cを（＊）と解する。（但し（＊）は右辺によって左辺「xはyの下位ノード」を定義するものではない。ノード間の下位・上位関係は初めから与えられている。）

さて、所与の階層構造におけるノードの集合をＮで表す。そして付値の定義をＮの要素を命題変数と見なして作られる論理式（含意記号は含まない）に拡大することを考える。まずノードの連言および選言の付値＜ ＞を定義する。

$<x \wedge y> := <x> \cap <y>.$

$<x \vee y> := <x> \cup <y>.$

次にノードの否定についてまず思い浮かぶのは、

$<nonx> := <x>^{C}$

とする定義である（この場合$<nonx> = artha(x)$）。

この定義によれば構造F1において$<nond> = \{a, b, d\}^{C} = \{c, e, f\}$となるが、しかし、ディグナーガが「盟友」や「敵」の語を以てノード間の関係を語るのに倣って、いまnonxをxの「敵」と呼べば、fはdの盟友（下位ノードおよび上位ノードは「盟友」である）かつ敵ということになってしまう。同様な不都合は階層構造Ｉでも起こることは「はじめに」で述べた。

我々は“non”に「～の敵」の意味を読み込むことが可能となるように、上の定義は避けて、ノードの否定を別様に定義したい。

まずＮの冪集合からＮの冪集合への関数jを次のように定義する。

Ｎの任意の部分集合αについて、$j(\alpha) := \{z \in N \mid <z> \cap \alpha = \phi\}.$

そして、$x \in N$のときxの否定の付値を、

$<nonx> := j(<x>) = j<x>$

と定義する[20]。（以下j（$<x>$）を$j<x>$と略記する）。つまり、

$<nonx> = \{z \in N \mid <z> \cap <x> = \phi\}$

である（xのどの下位ノードをも自己zの下位ノードとして持たないノードzすべての集合）。

これら連言・選言・否定の定義を論理式（含意記号は含まない）Ｐについて（帰納的に）拡大すれば、$<P>$がＮの部分集合として確定する。例えば、論理式Ｑについて$<Q>$が確定していれば、$<nonQ> = j<Q> = \{z \in N \mid <z> \cap <Q> = \phi\}$とする。

そして、論理式Ｐについて、そのarthaを

$artha(P) := <P>^{C}$

によって定義する。また$x \in <P>$のときxをＰの下位ノードと呼ぶことにする。

なお$\alpha \subseteq N$について、$\alpha \cap j(\alpha) = \phi$は明らか。

また$\alpha, \beta \subseteq N$ について、$j(\alpha \cup \beta) = j(\alpha) \cap j(\beta)$ が成り立つ。実際$j(\alpha \cup \beta) = \{z \in N \mid <z> \cap (\alpha \cup \beta) = \phi\} = \{z \in N \mid (<z> \cap \alpha) \cup (<z> \cap \beta) = \phi\} = \{z \in N \mid (<z> \cap \alpha) = \phi\} \cap \{z \in N \mid (<z> \cap \beta) = \phi\} = j(\alpha) \cap j(\beta).$

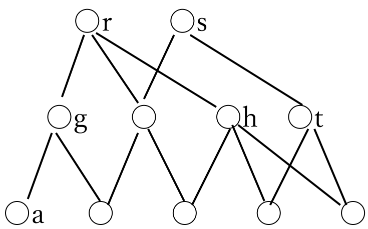
arthaと付値の例をいくつか見ておく。先の階層構造F1上で$artha(b) = <b>^{C} = \{b\}^{C} = \{a, c, d, e, f\}$, $artha(d \wedge e) = <d \wedge e>^{C} = (<d> \cap <e>)^{C} = <d>^{C} \cup <e>^{C} = \{c, e, f\} \cup \{a, d, f\} = \{a, c, d, e, f\}$. ゆえに$artha(d \wedge e) = artha(b)$.

また例えば<d>={a, b, d}, <nond>=j<a, b, d>={c}である。つまりdの盟友は{a, b, d, f}(d自身はdの盟友に含まれる)、非盟友=排除対象={c, e}、敵(nond) ={c} となる。同様にeの盟友は{b, c, e, f}、非盟友=排除対象={a, d}、敵(none)={a}となる。するとdとeは互いに排除しつつも、共通の盟友b, fを持つ。

また<nonnond>=j<nond>=j{c}={a, b, d}となって、<nonnond>=<d>. 同様にx∈Nならば<nonnonx>=<x>であることが容易に確かめられる。しかし、例えば論理式a∨nonaについてF1上の付値を計算すると、<a∨nona>=<a>∪<nona>={a}∪{b, c, e} ={a, b, c, e}, <nonnon(a∨nona)>=j<non(a∨nona)>=j(j<a∨nona>)=j(j(<a>∪<nona>))= j(j(<a>∪j<a>))=j(j<a>∩j(j<a>))=j(φ)=N. よって<nonnon(a∨nona)>≠<a∨nona>. 従ってまたartha(nonnon(a∨nona))≠artha(a∨nona).

上で定義したnonやarthaの意味合いを考える。いま「下位」を「弟子」と呼べば（ただし弟子が複数の師匠を持つことは可とする。また「弟子の弟子」も「弟子」とする)、<x>は「xの弟子」(x自身を含む)、<nonx>は「弟子をxと共有しない人」である。artha(x) は「xの弟子でない人」(x自身を含まない) である。すると、構造F1でartha(a∨nona) は「aまたは、弟子をaと共有しない人 (={a}∪{b, c, e}) の弟子でない人」(={d, f}) を意味する。

なお階層構造一般では<nonnonx>≠<x>となるx∈Nが存在する。実際次の構造F2で、j<r>=φであるから jj<r>=N. 従ってs,t∈jj<r>である。ところがs, t∉<r>. ゆえに、<nonnonr>≠<r>.



階層構造 F2

また構造F2で次が成り立つ。h∉<s∨t>=<s>∪<t>, <non(s∨t)>=j<s∨t>=j(<s>∪<t>)={a}. <nonnon(s∨t)>=j{a}={a, g, r}^{c}= <s>∪<t>∪{h}. ゆえに<nonnon(s∨t)>≠<s∨t>.

このように構造F1, F2の場合、任意の論理式Pについて<nonnonP>=<P>が成り立つとは限らない。(後で見るように「構造F1, F2の場合」という但し書きは不要である。)

ノードをダム、直線を上流から下流への川筋（水路）と見立てる。上流のダムの増水は下流

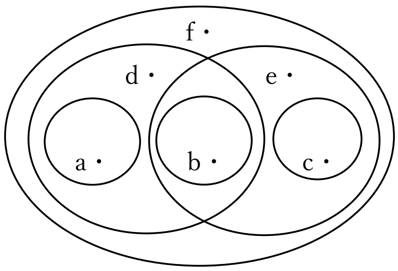
のダムの増水を引き起こす。構造F2で<s∨t>はsの下流またはtの下流のダムを意味するから（ただしダムxの「下流」にはx自身も含まれる）、<s∨t>に含まれるダムはsあるいはtの増水の影響を受ける。従ってartha(<s∨t >)（=<s∨t>^{C}= {a, g, h, r}）は、s, tいずれの増水の影響も受けないダムの集合である。そのうち<non(s∨t)>(= {a}）は、sあるいはtの増水の影響を受けるダムを下流に持たないダムの集合である。さらに<nonnon(s∨t)>(=j {a}）は、それ（sあるいはtの増水の影響を受けるダムを下流に持たないダム=a）を下流に持たないダムの集合すなわち<s>∪<t>∪{h}である。ダムhは<nonnon(s∨t)>に含まれるが、<s∨t>には含まれない。

ところで、上位ノードを語、下位ノードを対象と見れば、ノードxがノードyの「下位」であることは語yの対象xへの適用を意味するであろう。この観点から階層構造を語群に変換することが考えられる。

階層構造F1の任意のノードxについて、<x>を外延に持つ語<x>を作る。すなわちM(<x>)=<x>とする。そしてU= {a, b, c, d, e, f}（ノードの集合）、ω = {<a>, <b>, <c>, <d>, <e>. <f>} として語群G＜ω, U＞を作る。すると、次のような語群表が得られる。

語群G<ω, U>

	a	b	c	d	e	f
<a>	○	×	×	×	×	×
<b>	×	○	×	×	×	×
<c>	×	×	○	×	×	×
<d>	○	○	×	○	×	×
<e>	×	○	○	×	○	×
<f>	○	○	○	○	○	○



オイラー図
円は<a>等の語の外延を、点はノードを表す。

構造F1から得られた語群Gのオイラー図には明らかに孤立的対象が存在している[21)]。従って語群上の付値に関して二重否定除去は必ずしも成り立たない（∵arthaについて二重否定除去が成り立たない。第4節定理4参照）。

語群G上で <a>∨non<a> の付値を計算する。

[<a>∨non<a>]=[<a>]∪[non<a>]= {<a>} ∪ {<b>, <c>, <e>} = {<a>, <b>, <c>, <e>}.

一方、[nonnon(<a>∨non<a>)] =gh[non(<a>∨non<a>)]
=gh([non<a>[∩[nonnon<a>])
=gh(φ)
= ω.(関数gについては第3節参照。)

よって［$\mathrm{nonnon}(\underline{<a>}\vee \mathrm{non}\underline{<a>})$］$\neq$［$\underline{<a>}\vee \mathrm{non}\underline{<a>}$］.

これは階層構造F1上の付値による結果$<\mathrm{nonnon}(a\vee \mathrm{nona})>\ \neq\ <a\vee \mathrm{nona}>$に対応する。ではarthaについてはどうであろうか。構造F1上でのartha(P) とartha(Q) の一異（同異）はF1から得られた語群G上のartha(P) とartha(Q) の一異と一致するであろうか。

（2）標準変換

我々は階層構造F1から語群Gへの変換を一般化してこれを標準変換と呼ぶことにする。標準変換によって得られる語群とはすなわち、階層構造を所与として、ノードの集合Nを対象領域、ノードxの付値$<x>$（下位ノードの集合）を外延に持つ記号$\underline{<x>}$を語として作られる語群$<\omega, N>$である。つまり$\omega=\{\underline{<x>} \mid x\in N\}$である。また$M(\underline{<x>})=<x>$に注意。以下、この語群について論じる。

先ず、$\underline{<x>}\in\omega$について、

$\underline{[<x>]}=\{\underline{<z>}\in\omega \mid M(\underline{<z>})\subseteq M(\underline{<x>})\}=\{\underline{<z>}\in\omega \mid <z>\subseteq<x>\}$（集合Aと名づける）.

ここでx, y∈Nについて、$x=y \Leftrightarrow <x>=<y> \Leftrightarrow \underline{<x>}=\underline{<y>}$であることは明らかである（語の同一性は外延の同一性に拠るとする）。以下、一般に集合Xから集合Yへの写像（関数）Fの像の全体（値域）を$F^*(X)$（これはYの部分集合）で表す[22]。

いま単射（一対一の写像）f, kを次のように定める。

$f: N\to 2^N$（Nの冪集合）; $f(x)=<x>$.

$k: f^*(N)\to\omega$; $k(<x>)=\underline{<x>}$. kは$f^*(N)$を定義域とする。kの値域$=k^*(f^*(N))=\omega$.

すると、z∈Nについて、$f(z)=<z>=k^{-1}(\underline{<z>})$. ゆえに、$z=f^{-1}k^{-1}(\underline{<z>})$.

上の集合Aは$\{z\in N \mid <z>\subseteq<x>\}$（集合Bと名づける）と同等（一対一かつ上への写像つまり全単射がある）の関係である。なぜなら、集合B（Nの部分集合）は「f (z) が条件$<z>\subseteq<x>$を満たすzの集合」であり、一方、集合A（ωの部分集合）は「$k^{-1}(\underline{<z>})$が条件$<z>\subseteq<x>$を満たす$\underline{<z>}$の集合」であるから、$f^*(B)=\{<z>\in 2^N \mid <z>\subseteq<x>\}=\{<z>\in f^*(N) \mid <z>\subseteq<x>\}=k^{-1*}(A)$となる（$k^{-1}$の定義域はω）、従って$(f^{-1}k^{-1})^*(A)=B$となるからである。

$$
\begin{array}{cccc}
N & \xrightarrow{\quad f\quad} & 2^N & \\
 & & f^*(N) \xrightarrow{\quad k\quad} & \omega \\
B & \{<z>\in 2^N \mid <z>\subseteq<x>\} & & A
\end{array}
$$

ここで、$B\subseteq N$, $\{<z>\in 2^N \mid <z>\subseteq<x>\}\subseteq f^*(N)\subseteq 2^N$, $A\subseteq\omega$.

明らかに集合$B=<x>$であるから、$(f^{-1}k^{-1})^*(A)=B$を

$[\underline{<x>}]\equiv<x>$（全単射$f^{-1}k^{-1}$による同等性）

で表す。

同様に、

$[\mathrm{non}\underline{<x>}]=gh[\underline{<x>}]=gM(\underline{<x>})=g<x>$

$=\{\underline{<z>}\in\omega \mid M(\underline{<z>})\cap <x>=\phi\}$

$=\{\underline{<z>}\in\omega \mid <z>\cap <x>=\phi\}$（集合Aと名づける）

であるが、集合Aは$\{z\in N \mid <z>\cap <x>=\phi\}$（集合Bと名づける）と同等の関係にある。なぜなら、集合Bは「$f(z)$ が条件$<z>\cap <x>=\phi$を満たすzの集合」であり、一方集合Aは「$k^{-1}(\underline{<z>})$ が条件$<z>\cap <x>=\phi$を満たす$\underline{<z>}$の集合」であるから、$f^*(B)=\{<z>\in 2^N \mid <z>\cap <x>=\phi\}=\{<z>\in f^*(N) \mid <z>\cap <x>=\phi\}=k^{-1*}(A)$ となる、すなわち $(f^{-1}k^{-1})^*(A)=B$となるからである。

$$\begin{array}{ccccc} N & \xrightarrow{f} & 2^N & & \\ & & f^*(N) & \xrightarrow{k} & \omega \\ B & & \{<z>\in 2^N \mid <z>\cap <x>=\phi\} & & A \end{array}$$

ここで、$B\subseteq N, \{<z>\in 2^N \mid <z>\cap <x>=\phi\}\subseteq f^*(N)\subseteq 2^N, A\subseteq\omega$.

そして、定義により$B=\{z\in N \mid <z>\cap <x>=\phi\}=<\mathrm{non}x>$であるから、

$[\mathrm{non}\underline{<x>}]\equiv <\mathrm{non}x>$（全単射$f^{-1}k^{-1}$による同等性）.

すなわち$g<x>\equiv j<x>$（全単射$f^{-1}k^{-1}$による）.（g, jの定義域はともにNの冪集合。）

同様に、

$[\underline{<x>}\wedge\underline{<y>}]=[\underline{<x>}]\cap[\underline{<y>}]\equiv <x>\cap <y>=<x\wedge y>$.

$[\underline{<x>}\vee\underline{<y>}]=[\underline{<x>}]\cup[\underline{<y>}]\equiv <x>\cup <y>=<x\vee y>$.

Nの要素を命題変数（x, y, z, …）として作られる任意の論理式Pについて、Pにおける変数x等を$\underline{<x>}$等で置き換えた論理式を$\underline{<P>}$で表す。ここで、論理記号の個数に関する帰納法によって、任意の論理式Pについて、

$[\underline{<P>}]\equiv <P>$（全単射$f^{-1}k^{-1}$による）

が成立することを示すことができる。

証明　まず「$[\underline{<P>}]\equiv <P>$ならば$h[\underline{<P>}]=<P>$」（①）を論理記号の個数に関する帰納法で証明する。$P=x\wedge y$のとき。$h[\underline{<P>}]=h([\underline{<x>}]\cap[\underline{<y>}])\subseteq h[\underline{<x>}]\cap h[\underline{<y>}]=<x>\cap <y>$ $(\because h[\underline{<x>}]=M(\underline{<x>}), h[\underline{<y>}]=M(\underline{<y>}))=<x\wedge y>$. 一方、$z\in <x\wedge y>$とすると、$z\in <x>$より$\underline{<z>}\in[\underline{<x>}]$, $z\in <y>$より$\underline{<z>}\in[\underline{<y>}]$. ゆえに$\underline{<z>}\in[\underline{<x>}]\cap[\underline{<y>}]$. よって$h(\underline{<z>})\subseteq h([\underline{<x>}]\cap[\underline{<y>}])$. ここで$z\in <z>=h(\underline{<z>})(=M(\underline{<z>}))$ だから、$z\in h([\underline{<x>}]\cap[\underline{<y>}])$. すなわち$<x\wedge y>\subseteq h([\underline{<x>}]\cap[\underline{<y>}])$.

ゆえに$h([\underline{<x>}]\cap[\underline{<y>}])=h[\underline{<x>}]\cap h[\underline{<y>}]=<x>\cap <y>=<x\wedge y>$.

$P=Q\wedge R$のとき。上の証明で$<x>$を$<Q>$に、$<y>$を$<R>$に置き換えれば、帰納法の仮定を用いて$h[\underline{<Q\wedge R>}]=<Q\wedge R>$が示せる。$P=Q\vee R$のときも同様。$P=\mathrm{non}Q$のときは、仮定により$h[\underline{<Q>}]=<Q>$だから、$h[\mathrm{non}\underline{<Q>}]=hgh[\underline{<Q>}]=hg<Q>=j<Q>$（$\because h\{\underline{<x>}, \underline{<y>}, \dots\}=M(\underline{<x>})\cup M(\underline{<y>})\cup\dots=<x>\cup<y>\cup\dots=\{x, y, \dots\}$）$=<\mathrm{non}Q>$. このようにして①が証明できる。

次に$[\underline{<Q>}]\equiv<Q>$, $[\underline{<R>}]\equiv<R>$を仮定すれば、$[\underline{<Q\wedge R>}]=\{\underline{<Q>}\wedge\underline{<R>}\}=[\underline{<Q>}]\cap[\underline{<R>}]\equiv<Q>\cap<R>=<Q\wedge R>$. 同様に$[\underline{<Q\vee R>}]=<Q\vee R>$. また、①より$h[\underline{<Q>}]=<Q>$. ゆえに $[<\mathrm{non}\underline{Q}>]=gh[\underline{<Q>}]=g<Q>\equiv j<Q>$（$g<x>\equiv j<x>$の証明に倣う）$=<\mathrm{non}Q>$.
証明終

例えば、$P=(x\vee \mathrm{non}y)\wedge z$ のとき、

$$
\begin{aligned}
<P> &= <(x\vee \mathrm{non}y)\wedge z> = <x\vee \mathrm{non}y>\cap<z> \\
&= (<x>\cup<\mathrm{non}y>)\cap<z> \\
&= (<x>\cup j<y>)\cap<z>.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
[\underline{<P>}] &= [(\underline{<x>}\vee \mathrm{non}\underline{<y>})\wedge\underline{<z>}] = [\underline{<x>}\vee \mathrm{non}\underline{<y>}]\cap[\underline{<z>}] \\
&= ([\underline{<x>}]\cup[\mathrm{non}\underline{<y>}])\cap[\underline{<z>}] \\
&= ([\underline{<x>}]\cup g\underline{<y>})\cap[\underline{<z>}].
\end{aligned}
$$

$[\underline{<x>}]\equiv<x>$, $[\underline{<z>}]\equiv\underline{<z>}$, $g\underline{<y>}\equiv j<y>$であるから、$[\underline{<P>}]\equiv<P>$.

例えば、$P=\mathrm{non}(x\wedge y)$ のとき、

$$<P>=<\mathrm{non}(x\wedge y)>=j<x\wedge y>.$$

$$
\begin{aligned}
[\underline{<P>}] &= [<\mathrm{non}(\underline{x\wedge y})>] = [\mathrm{non}(\underline{<x>}\wedge\underline{<y>})] = gh[\underline{<x>}\wedge\underline{<y>}] = gh([\underline{<x>}]\cap[\underline{<y>}]) \\
&= g(h[\underline{<x>}]\cap h[\underline{<y>}]) = g(<x>\cap<y>) = g<x\wedge y> \\
&\equiv j<x\wedge y>.
\end{aligned}
$$

さて任意の論理式Pについて次の同等関係（$f^{-1}k^{-1}$による）を示すことができる。

$\mathrm{artha}(\underline{<P>})\equiv\mathrm{artha}(P)$　（$\mathrm{artha}(P):=<P>^C$と定義する。）

証明　$[\underline{<P>}]=\{\underline{<x>}, \underline{<y>}, \dots\}$（$x, y, \dots\in N$）, $[\underline{<P>}]^C=\{\underline{<v>}, \underline{<w>}, \dots\}$（$v, w, \dots\in N$）とする。$[\underline{<P>}]\equiv<P>$より、$<P>=\{x, y, \dots\}$, $<P>^C=\{v, w, \dots\}$.

定義より、$\mathrm{artha}(P)=<P>^C$, $\mathrm{artha}(\underline{<P>})=\mathrm{cov}((h[\underline{<P>}])^C)$.

	x	y	.	.	.	v	w	.	.
$\underline{\langle x\rangle}$	○								
$\underline{\langle y\rangle}$		○							
・									
・									
$\underline{\langle v\rangle}$						○			
$\underline{\langle w\rangle}$							○		
・									

ここで、1）$[\underline{\langle P\rangle}]^C$（$=\{\underline{\langle v\rangle}, \underline{\langle w\rangle}, \ldots\}$）のどの要素も決して［$\underline{\langle P\rangle}$］（$=\{\underline{\langle x\rangle}, \underline{\langle y\rangle}, \ldots\}$）の要素の下位語にならない。なぜなら、例えば$\underline{\langle v\rangle}$が$\underline{\langle x\rangle}$の下位語（従って階層構造においてvはxの下位ノード）ならば、$\underline{\langle v\rangle}\in[\underline{\langle P\rangle}]$となってしまう（∵階層構造において$z\in\langle P\rangle$ならば、zの下位ノードも悉く$\langle P\rangle$の要素であるから[23]、いまvは$x\in\langle P\rangle$の下位ノードであると仮定したから、$v\in\langle P\rangle$. 従って$\underline{\langle v\rangle}\in[\underline{\langle P\rangle}]$）。

$\underline{\langle z\rangle}\in \mathrm{cov}((h[\underline{\langle P\rangle}])^C)=\mathrm{cov}\{v, w, \ldots\}$ならば、zは$\{v, w, \ldots\}$のいずれかのノードの上位ノードである。従って、2）$\underline{\langle z\rangle}$は例えば$\underline{\langle v\rangle}$の上位語である（従って$\underline{\langle v\rangle}$は$\underline{\langle z\rangle}$の下位語）。1）と2）によって、$\underline{\langle z\rangle}\notin[\underline{\langle P\rangle}]$ すなわち$\underline{\langle z\rangle}\in[\underline{\langle P\rangle}]^C$. ゆえに、$\mathrm{cov}((h[\underline{\langle P\rangle}])^C)\subseteq[\underline{\langle P\rangle}]^C$.

一方、前々頁の①により$h[\underline{\langle P\rangle}]=\langle P\rangle$だから、$(h[\underline{\langle P\rangle}])^C=\langle P\rangle^C=\{v, w, \ldots\}$. ゆえに、$\mathrm{cov}((h[\underline{\langle P\rangle}])^C)=\mathrm{cov}\{v, w, \ldots\}\supseteq\{\underline{\langle v\rangle}, \underline{\langle w\rangle}, \ldots\}=[\underline{\langle P\rangle}]^C$.

以上により$\mathrm{artha}(\underline{\langle P\rangle})=\mathrm{cov}((h[\underline{\langle P\rangle}])^C)=[\underline{\langle P\rangle}]^C\equiv\langle P\rangle^C$（$\because[\underline{\langle P\rangle}]\equiv\langle P\rangle$）$=\mathrm{artha}(P)$.

証明終

ノードの集合Nからなる階層構造を所与とし、その標準変換によって得られた語群を$\langle\omega, U\rangle$とするとき、$x\in N$について$f^{-1}k^{-1}(\underline{\langle x\rangle})=x$（あるいは$kf(x)=\underline{\langle x\rangle}$）であるから、$\omega$の任意の部分集合$\alpha, \beta$について、明らかに

$$\alpha\supseteq\beta \Leftrightarrow (f^{-1}k^{-1})^*(\alpha)\supseteq(f^{-1}k^{-1})^*(\beta)$$

である。ここで、論理式P, Qについて、$\alpha=\mathrm{artha}(\underline{\langle P\rangle})$, $\beta=\mathrm{artha}(\underline{\langle Q\rangle})$と置けば、

$$\mathrm{artha}(\underline{\langle P\rangle})\supseteq\mathrm{artha}(\underline{\langle Q\rangle}) \Leftrightarrow \mathrm{artha}(P)\supseteq\mathrm{artha}(Q)$$

を得る（$\because (f^{-1}k^{-1})^*(\mathrm{artha}(\underline{\langle P\rangle}))=\mathrm{artha}(P), (f^{-1}k^{-1})^*(\mathrm{artha}(\underline{\langle Q\rangle}))=\mathrm{artha}(Q)$）。

一方、標準変換後の語群上で、

$\underline{\langle P\rangle}$は$\underline{\langle Q\rangle}$の下位語 $\Leftrightarrow$ $\mathrm{artha}(\underline{\langle P\rangle})\supseteq\mathrm{artha}(\underline{\langle Q\rangle})$

であるから（上田2023, p.15参照）、

$\underline{\langle P\rangle}$は$\underline{\langle Q\rangle}$の下位語 $\Leftrightarrow$ PはQの下位ノード

である（語群上で論理式を語と呼んだのと同じように、階層構造上で論理式をノードと呼び、PはQの下位ノード:= $\langle P\rangle\subseteq\langle Q\rangle$と定義する）。

階層構造上の「排除」を次のように定義する。

Pが Q を排除する:= artha(P) がartha(Q) と包含関係にない。(<P>と<Q>が包含関係にない、と言ってもよい。)

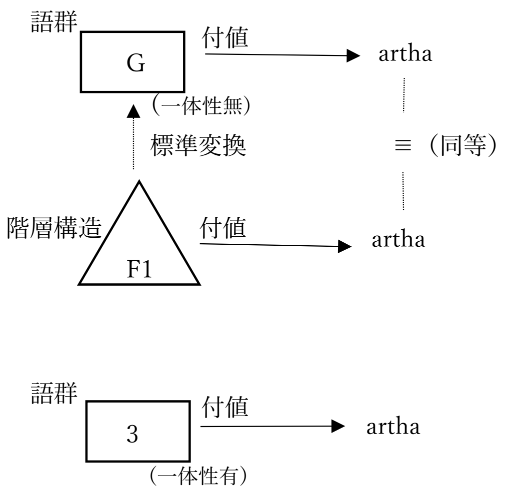
アポーハ論の標語「牛という語の意味(*artha*) は非牛(*ago*) の排除である」(「牛」は「非牛」を排除する)は次のように解することができる。

(所与の階層構造上で)artha(牛) はartha(non牛) と包含関係にない。

以上のように、階層構造を所与としてノードを命題変数とする論理式について(階層構造上の付値による)アポーハ論的意味が考えられる。ここで所与の各ノードは語とその外延の対(語, 外延) として表すことができ、アポーハ論はその対を最小単位とする排除・否定論であると言うことができる。ただし、階層構造上の付値によるアポーハ論は、標準変換によって語群上の付値によるアポーハ論に置き換えることができる。その意味では、階層構造のアポーハ論は語群のアポーハ論の特殊形であると言える。

結び

一つの階層構造には複数の異なる語群が対応する。例えば階層構造F1(第7節(1))は、その基礎に語群Gのほか語群3(第1節)を置くこともできる。語群3には孤立的対象は存在せず、この語群は語と対象の「一体性」を有する。しかし語と対象の「一体性」を徹底するならば、arthaは語とその外延の対(ノード)を単位(ひとまとまり)とする階層構造上で求められるべきであろう。ところが、そのartha(ノードの集合)は標準変換によって得られる語群上のartha(語の集合)と同等であるが、標準変換後の語群において普遍は対象化されて常に孤立的対象となるから[24)]、語と対象の「一体性」は保たれない。これは「一体性」の徹底は語群的表現による「一体性」と相容れないことを意味すると思える(図参照)。



従って、「一体性」を徹底させるならば、語群上の付値による、語の集合としてのarthaではなく、階層構造上の付値による、ノードの集合としてのarthaをアポーハ論的意味と考えるべきである（「否定non」や「排除」は付値およびarthaに関連して定義される）。つまり「シンシャパー」なる語が「カディラ」なる対象を排除する（これ自体はディグナーガ的な言い回しであるが）、と言うよりは、「シンシャパー」なるノードが「カディラ」なるノードを排除すると言うべきなのであろう。

【参考文献】

Pind, Ole H. 2015. *Dignāga's Philosophy of Language, Pramāṇasamuccayav ṛtti V on anyāpoha*, part 1, part 2, Österreichische Akademie der Wissenschaften.
井関清志 1979『集合と論理』新曜社
上田昇 2012「アポーハ論と意味場」印仏研60-2:（119）-（126）.
上田昇・平林隆一 2012,「アポーハ代数とそのグラフ理論的解釈」『目白大学経営学研究』10: 29-42.
上田昇 2015「論議領域とアポーハ代数―否定名辞の外延的意味」『目白大学人文学研究』11: 1-16.
――― 2016「オイラー図とアポーハ代数」『目白大学人文学研究』12: 1-21.
――― 2017「語の同一性について―アポーハ論の視点から」『目白大学人文学研究』13: 243-265.
――― 2023「階層構造とアポーハ論―ディグナーガ論理学の演繹性について―」『目白大学人文学研究』19: 1-22.

【注】

1）ディグナーガはこの二種のアポーハを区別する（PS 5章第33偈および自注）。この二種については上田2012参照。
2）ディグナーガ自身は下位・上位の関係が何に基づくか明瞭には語っていないが、下位・上位の関係は“排除”の多・少に関連付けられている（上田2023参照）。
3）Pind 2015, p.124,Tranlation, note 427.
4）上田2023参照。
5）元来のオイラー図には対象は描き込まれず、空白領域に対象が存在するかしないかについて曖昧である。オイラー図の同一性については上田2016参照。
6）樹形（樹構造・階層構造）は一般的には上方あるいは下方に一方向的に枝分かれする図形であるが、我々は（下方へ）枝分かれしつつも、複数の枝が一つのノード（節）に流れ込む図も含める。
7）この「一体性」の概念は上田2023第1節（2）で述べた。
8）「孤立的」という概念は、やや曖昧な定義であったが、上田2023注14で用いた。
9）$P \in \omega$について$u \in M(P)$のとき、Pがuにとって最小（極小）の円であることは述語論理学的には次のように表すことができる。$u \in M(P) \land \neg \exists Z \in \omega (u \in M(Z) \land M(Z) \subsetneq M(P))$. 本稿では任意の対象uはオイラー図上で必ずuにとって最小（極小）の円を持つと仮定する。またuにとって最小の円は有限個であるとする（cf. 注16）。
10）ここで最下位語とは階層構造において自身が真の下位語を持たない語を言う。
11）上田2023注14参照。
12）否定名辞の意味を補集合に求めることは近現代、特に集合論誕生以降の発想ではないだろうか。

集合論以前の否定名辞論の若干については上田2015（p.1-4）で述べた。

13）対象が生滅するものであるとき語群は時とともに変化する。いま時刻tの語群を＜ω_t, U_t＞で表す。我々のarthaの定式化は時刻を考慮に入れれば次のようになる。

時刻tにおける語Pのartha= $\mathrm{artha}(P)_t = \mathrm{cov}((h\,[P])_t)^C$. $(h\,[P])_t$は時刻tにおける語Pの“外延”。すると、

$\mathrm{artha}(P)_s = \mathrm{artha}(P)_t \Leftrightarrow \mathrm{cov}((h\,[P])_s)^C = \mathrm{cov}((h[P])_t)^C$　（⇔は同値を表す。）

であるが、

$\mathrm{cov}((h[P])_s)^C = \{X, Y, Z, \ldots\}$（$X, Y, Z, \cdots \in \omega_s$）,

$\mathrm{cov}((h[P])_t)^C = \{X, Y, Z, \ldots\}$（$X, Y, Z, \cdots \in \omega_t$）,

であるから、語Pが時刻sとtにおいて同一のartha（価値）を有することは、（語の）二つの集合ω_sとω_tが集合として同一であることを要する。一般に、

二つの集合AとBは、そこに含まれている元がおなじであれば、等しい、すなわちA=Bである。すなわち、$\forall A \forall B \forall x\ ((x \in A \rightleftarrows x \in B) \to A=B)$（井関 p.53）

であるから、ω_sの要素はω_tのいずれかの要素と同一であり、逆に、ω_tの要素はω_sのいずれかの要素と同一である。ここに、語の同一性の問題が生じる。上田2017では語を音韻と外延の対と見て、音韻の変化を伴う語の同一性をソシュールを参考にしながら論じた。

14）$\mathrm{artha}(\mathrm{non}P)=\mathrm{cov}((h[\mathrm{non}P])^C)= \mathrm{cov}(h[P])$ の証明。

$h[P] \subseteq (hgh[P])^C$は明らかだから、$\mathrm{cov}(h[P]) \subseteq \mathrm{cov}((hgh[P])^C)$. 一方、$Z \in \mathrm{cov}((hgh[P])^C$すなわち$M(Z) \cap (hgh\,[P])^C \neq \phi$ならば、$M(Z) \cap h[P] \neq \phi$. なんとなれば、もし$M(Z) \cap h[P] = \phi$ならば、$Z \in gh[P]$だから$M(Z) \subseteq hgh[P]$ となって、$M(Z) \cap (hgh[P])^C = \phi$でなければならなくなるからである。よって、$M(Z) \cap h[P] \neq \phi$. すなわち、$Z \in \mathrm{cov}(h[P])$. ゆえに、$\mathrm{cov}((hgh[P])^C) \subseteq \mathrm{cov}(h[P])$. 以上により、$\mathrm{cov}(h[P])=\mathrm{cov}((hgh[P])^C)$.

証明終

15）$\alpha, \beta \subseteq \omega$のとき一般には$h(\alpha \cap \beta) \neq h(\alpha) \cap h(\beta)$. 例えば次の語群を考える。$\omega = \{A, B, C, P_1, P_2, P_3, P_4\}$, Aは$P_1$, P_2の上位語、BはP_2, P_3の上位語、CはP_3, P_4の上位語とする。いま$\alpha = \{A, B\}$, $\beta = \{C\}$とする。このとき$\alpha \cap \beta = \phi$. すると、$h(\alpha \cap \beta)=h(\phi)=\phi$. 一方、$h(\alpha)=h\{A, B\}=M(A) \cup M(B)=M(P_1) \cup M(P_2) \cup M(P_3)$, $h(\beta)=M(C)=M(P_3) \cup M(P_4)$. ゆえに、$h(\alpha) \cap h(\beta)=(M(P_1) \cup M(P_2) \cup M(P_3)) \cap (M(P_3) \cup M(P_4)) \supseteq M(P_3)$. 従って、$h(\alpha \cap \beta) \neq h(\alpha) \cap h(\beta)$.

16）対象uにとって最小の円が無限個存在する場合は、ここに述べた証明法は通用しないであろう。従って本稿を通して我々は語群を個々の対象にとって最小の円が有限個であるような場合に限定することにする。

17）ここでは対象が滅する場合を論じていないが、それも生の場合に準ずるであろう。また生滅するものの典型は瓶などの個物であるが、上田・平林2012注1で取り上げたトリーアの意味場における“知識”なども社会の変化と共に生滅する対象であると考えられる。

18）本稿は定理4の証明においてどの対象にとっても最小の円の個数が有限個であることを前提条件とした。もしノードの下降無限鎖を認めるならば、最小の円が定まらない対象が存在することになる。しかし第7節で行うノードについての付値< >の定義は、ノードの下降無限鎖が存在していても有効であると思える。第7節の議論はノードの個数が有限個であることや下降無限鎖の非存在に拘束されないであろう。また一般に語群における語の個数は無限であっても構わない。本稿は唯一定理4の証明において一種の有限性を前提にしている（論理積は有限個の論理式について定義される）。この前提は取り除くことができるであろうか。

19）この定義はxを語と見たときの（語群上の）付値[x]（外延がM[x]に含まれる語の集合）に対応する。

20）この定義において、関数jはxを語と見たときの（語群上の）関数gに対応する。

21）本稿第5節では孤立的対象の“起源”を対象の生（滅）に求めたが、ここでは普遍の対象化に求め

る。事実、対象d, e, fはそれぞれ普遍たる集合{a, b}, {b, c}, {a, b, c, d, e}の対象化であると考えられる。

22）写像に関しては井関p.70ff.参照。

23）本稿第4節補題の証明で「任意のX∈ωについて、X∈[P] ならばXの任意の下位語Zについて、Z∈[P] である」ことに言及したが、類似のことがここでも成り立つ。

24）注21参照。

2023年10月13日