

博士論文 平成 30 年度（2018 年度）

統計的品質管理手法に基づく硬脆性材料の
超音波援用回転研削穴加工の最適化

目白大学大学院 経営学研究科
経営学専攻 博士後期課程

小川 昭

目次

図目次.....	iv
表目次.....	vi
博士論文要旨.....	viii
第1章 序論.....	1
1. 1 研究背景	1
1. 2 先行研究	4
1. 3 研究目的と意義	8
1. 4 論文の構成	8
第2章 硬脆性材料の超音波回転加工における最適化の課題点とその対応.....	11
2. 1 本章の目的	11
2. 2 経営的な課題点	11
2. 3 経営的な課題点に対する対応	12
2. 4 技術的な課題点	13
2. 5 技術的な課題点に対する対応	14
2. 6 本章のまとめ	15
第3章 統計モデルによる回転研削穴加工の最適化.....	17
3. 1 本章の目的	17
3. 2 加工の特性と要因	17
3. 3 工法を含む統計モデルとモデル構築のための実験の計画と結果	20
3. 3. 1 工法を質的因子として組込んだ統計モデル	20
3. 3. 2 統計モデル構築のための実験計画と結果.....	23
3. 4 最適化	26
3. 4. 1 質的因子による個別最適化と共通最適化.....	26
3. 4. 2 個別および共通最適化の比較および考察.....	28
3. 5 本章のまとめ	29
第4章 経営視点を加えた回転研削穴加工の楕円に基づく断面形状評価.....	30

4. 1	本章の目的	30
4. 2	真円ではなく楕円に基づく評価方法	30
4. 3	加工 4 因子の 2 水準完全実施要因計画	36
4. 4	結果と考察	40
4. 5	本章のまとめ	43
第 5 章	工法と工具を含めた回転研削穴加工の楕円に基づく 3 次元形状評価	44
5. 1	本章の目的	44
5. 2	3 次元形状評価の統計モデル	44
5. 3	工法と工具の 2 因子（外側）および加工 3 因子（内側）の直積実験計画	47
5. 4	結果と考察	51
5. 5	本章のまとめ	62
第 6 章	加工メカニズムの解明と優先度を考慮した 3 次元加工形状の最適化	63
6. 1	本章の目的	63
6. 2	加工要因のスクリーニング	63
6. 2. 1	Plackett and Burman Design (PBD)	63
6. 2. 2	加工 5 因子と工法 2 因子および工具 2 因子の PBD	64
6. 2. 3	結果と考察	65
6. 3	加工形状のモデリング	66
6. 3. 1	Central Composit Design (CCD)	66
6. 3. 2	加工 3 因子と工法 1 因子の CCD	67
6. 3. 3	結果と考察	69
6. 4	最適化	73
6. 4. 1	多特性の同時最適化と多段階最適化	74
6. 4. 2	形状 2 特性と性状 2 特性の 4 特性最適化	77
6. 4. 3	結果と考察	79
6. 5	本章のまとめ	81
第 7 章	結論	82

謝辞.....	84
引用文献.....	85
付録.....	92
I レプリカ法	92
II 3 章：穴直径の変数選択前の分散分析表	95
III L16 直交表によるパラメータの確認.....	96
IV 4 章：L16 直交表によるパラメータの確認.....	97
V L32 直交表によるパラメータの確認.....	98
VI 行列を用いた最小 2 乗法によるパラメータの推定.....	99

図目次

図 2-1	加工機の概要	13
図 2-2	ガラス穴加工後の形状	13
図 2-3	レプリカ法の概要	16
図 2-4	レプリカの断面形状についての転写	16
図 2-5	レプリカの縦軸形状についての転写率	16
図 3-1	工法 (モード) と工具 (ツール)	19
図 3-2	6 特性のレーダーチャート	20
図 3-3	3 つのシナリオにおける穴径の最適化の結果	29
図 4-1	楕円とその焦点	34
図 4-2	実験 No. と r および L の関係	37
図 4-3	実験 No. と R および R_L の関係	37
図 4-4	実験 No. と $RMSE_r$ および $RMSE_L$ の関係	37
図 4-5	L と R_L の散布図	38
図 4-6	L と $RMSE_L$ の散布図	38
図 4-7	R_L と $RMSE_L$ の散布図	38
図 4-8	実験 No. と F の関係	39
図 4-9	L と F の散布図	39
図 4-10	F と $RMSE_L$ の散布図	39
図 4-11	実験 No.2 レプリカの外周測定結果	41
図 4-12	実験 No.10 レプリカの外周測定結果	41
図 5-1	2 つの座標系と楕円の焦点	45
図 5-2	穴内部を転写したレプリカとその測定点	45
図 5-3	加工に使用したツール	48
図 5-4	ルール外径の測定値	48
図 5-5	L の測定結果	51
図 5-6	R の測定結果	52

図 5-7 F の測定結果	52
図 5-8 Φ の測定結果	53
図 5-9 3 特性の相関関係	58
図 5-10 予測値と実測値の関係	62
図 6-1 PBD 実験の結果	66
図 6-2 L についての CCD 実験の結果	69
図 6-3 R についての CCD 実験の結果	71
図 6-4 同時最適化と多段階最適化のフローチャート	76
図 6-5 同時最適化と多段階最適化の結果	79
付録図 1-1 レプリカの外周の非接触測定	92
付録図 1-2 レプリカの外周の非接触測定の詳細	92
付録図 1-3 ガラスの直接測定	93
付録図 1-4 ガラスとレプリカの非接触測定の詳細	93
付録図 1-5 ガラスの接触式測定の詳細	94
付録図 1-6 ガラスの接触測定の結果	94

表目次

表 1-1	3 章から 6 章までの内容	10
表 3-1	x_i が減衰因子となる場合の概要	22
表 3-2	x_i が調整因子となる場合の概要	22
表 3-3	x_i が両性因子となる場合の概要	22
表 3-4	x_i が無効因子となる場合の概要	22
表 3-5	穴直径 $Y(\mathbf{x}; S)$ の測定値	24
表 3-6	変数選択後の推定式 $\hat{Y}(\mathbf{x}; S)$ に対する分散分析表	25
表 3-7	推定式 $\hat{Y}(\mathbf{x}; S)$ を構成する因子	25
表 4-1	16 回の加工実験と円および楕円の評価特性	36
表 4-2	変数選択後の L の分散分析表	42
表 5-1	L についての実験計画と結果	49
表 5-2	評価対象の 5 因子	50
表 5-3	k_0 の分散分析表	54
表 5-4	k_1 の分散分析表	55
表 5-5	r_0 の分散分析表	55
表 5-6	r_1 の分散分析表	56
表 5-7	f_0 の分散分析表	56
表 5-8	f_1 の分散分析表	57
表 5-9	φ_0 の分散分析表	57
表 6-1	スクリーニング実験で評価する 9 因子	64
表 6-2	スクリーニング実験のための PBD 実験計画	65
表 6-3	加工 3 因子の条件	67
表 6-4	加工モードの条件	68
表 6-5	モデリングのための CCD 実験計画	68
表 6-6	中心化切片(k_0)の分散分析表	70
表 6-7	傾き(k_1)の分散分析表	70

表 6-8	中心化切片(r_0)の分散分析表	72
表 6-9	中心化切片(r_1)の分散分析表	72
付録表II-1	変数選択前の推定式 $\hat{Y}(\mathbf{x}; \mathbf{M})$ に対する分散分析表	95
付録表III-1	$L_{16}(2^{15})$ 直交表と 3 章における Y のパラメーの確認	96
付録表IV-1	変数選択前の L の分散分析表	97
付録表V-1	$L_{32}(2^{31})$ 直交表による 5 章 L の k_0 パラメーの確認	98

博士論文要旨

本論文は、汎用的な管理技術である統計的品質管理（Statistical Quality Control: SQC）手法に基づいて、硬脆性材料であるガラスの穴あけ加工を最適化する方法論を技術および経営の2つの視点から述べたものである。その目的は、本論文で提案する SQC に基づく加工のモデル化と最適化の方法論が、加工品質の改善だけでなく、加工コストや生産性に代表される経営指標の向上にも有用であることを示すことである。品質（Quality）、コスト（Cost）、納期（Delivery）のいわゆる QCD は SQC で最も基本的な特性である。SQC に基づき加工（Machining）の QCD を最適化する技術（Technology）が経営（Management）にも役立つことを示すことは、Machining Technology の事例でもあり、Management of Technology (MoT) の事例でもある。

一般に硬脆性材料を加工することは難しい。そこで本論文で対象となる工程では超音波を援用した回転加工（Rotary Ultrasonic Machining: RUM）を採用した。RUM で重要な因子は、加工ツールの送り速度、回転速度、超音波出力の3因子、さらに工法としての送りモードや工具としての加工ツールがある。これらの主効果や交互作用が加工形状や性状（粗さ）に複雑に影響する。またクラックやチッピングが確率的に発生するため穴の形状や粗さが安定しない。形状不良が発生する度に根本原因の特定作業を進めるが、穴内部は測定が困難であるため定量的な評価ができない。このため本論文の対象工程では加工メカニズムが解明されず、工程改善が進まない状況にあった。経営判断としては、良品率が低下している状況や検査時間が増大することによるコスト増、さらにはライン停止による生産性の低下があることを承知のうえで、現状の製造を継続し、選別による製品品質の維持を行わざるを得ない状況であった。

その後、生産技術の進歩から形状を転写するレプリカを穴内部形状の間接測定に応用する技術が開発された。このレプリカ法は多くの穴形状を高精度で、安価に、短時間で測定できる特徴がある。このため、本論文では SQC 手法の1つである実験計画法を活用して様々な条件で多数の穴加工を行い、その形状をレプリカ法で測定した。そして測定結果を統計解析することで加工メカニズムを解明し、加工形状をモデル化し、そのモデルに基づいた最適化を行った。本論文はこれらの取組を以下の各章で述べる。

第 1 章ではまず研究背景を概観する。研究背景は SQC や RUM の歴史、硬脆性材料の現代社会での有用性とその加工の概要を示す。その後本論文の目的と意義を述べ、論文の構成を述べる。論文は全 7 章で構成されており、4 つの事例を紹介する。

第 2 章では本論文で扱う経営的課題と技術的課題を示す。経営的課題は SQC 手法を活用し、加工メカニズムを解明したうえで、加工形状をモデル化すること、さらにモデルをもとに加工条件を最適化する方法で達成できることを述べる。技術的課題は、レプリカ法による穴内部形状測定の実用化である。そして非接触測定機を使用したレプリカ法が実用化されたことを述べる。本研究が開始された時点で穴内部形状の測定は実用化されており、技術的課題は達成されている。

第 3 章では統計的品質管理手法に基づく超音波援用研削穴加工最適化の典型的な事例を述べる。そこでは、ガラス穴の直径、チップング、クラックや生産性、工具消耗、工程管理コストの 6 特性について、加工機の 3 因子と加工ツール送りモードの 4 因子により最適化する方法論を示す。ここではツールの送りモードが経営視点で重要であることを示したうえで、モードごとに最適解を求めるシナリオとモードに共通した最適解を求めるシナリオを示し、両者の特徴を述べる。そしてどのシナリオを選択するかは、経営視点が重要となることを示す。

第 4 章では、穴加工形状を真円ではなく楕円を前提として解析する方法を提案する。これは生産工程が準備期にあるとき、加工メカニズムの解明を目的として技術特性を新たに定義することで工程を早期に立ち上げるときに有効である。そして評価特性として、穴内部 1 点における楕円の 2 焦点からの距離の半分である半距離和、断面曲線を楕円としたときの粗さを取りあげる。楕円を前提とすることで超音波援用回転研削穴加工のメカニズムの一部を解明し、楕円に基づく評価の有用性を示す。

第 5 章では、穴入口から出口にかけて、内部の複数点において楕円に基づく穴加工形状の評価を行い、3 次元形状評価を行う。評価特性は、半距離和の平均値と変化率、楕円を断面曲線として求めた表面粗さの平均値と変化率、楕円の扁平率の平均値と変化率、および加工軸の振れの平均値と変化率である。半距離和はツールと加工 3 因子との交互作用の影響を強く受けること、さらには表面の粗さや扁平率との相関があることを示す。

第6章では、まず加工に最適なツールを選定するために4本のツールで全12回の実験を行う。その後、最適なツールを使用して穴加工形状および粗さの最適化を行う。このとき加工因子が形状に与える影響を2次の効果まで評価する計画を立てる。計画に従い実験を行って形状および粗さのデータを得る。形状は半距離和、性状は粗さの平均値と変化率である。そしてこれら4つの形状および性状特性を同時に最適化する方法と、形状特性に優先度をつけて多段階最適化する方法とを比較する。その結果、超音波出力は形状特性に対して1次の効果と2次の効果があること、同時最適化と多段階最適化では超音波出力の最適解が異なることを示す。そして最適化プロセスを明示し利害関係者との合意を図るためには多段階最適化が有用であることを示す。

第7章では、SQCに基づいた4つの事例をまとめ、総括する。第3章と第6章は加工形状のモデル化および最適化の事例であり、第4章と第5章は加工形状のモデル化の事例である。そして本論文が技術と経営の両面で企業や社会の価値創造に貢献することを述べる。特に多段階最適化のアプローチは、特性の優先度を明確にし、モデルの構造を特定した後、利害関係者の同意を得ることを重視する点で技術に偏らない経営に貢献する最適化法であると結論する。

本論文では超音波を援用した研削穴加工を取りあげたが、実験計画法により得られた測定データを分析し、メカニズムを解明したうえでモデル化することが可能であれば、本論文の最適化の方法論は製造業のさまざまな加工（除去加工、付加加工、成形加工）にも適用が可能である。

各章の主な引用文献

第2章

- ・小川昭, 高橋武則, 樋口英一 (2017a): “レプリカ法による微小穴形状の解析 ; 研削加工で形成したガラス穴の測定と解析”, 砥粒加工学会誌, **61**, 3, 151-153,
- ・小川昭, 高橋武則, 樋口英一 (2017c): “レプリカ法によるガラス微小穴内部形状の間接測定, 第1報 : 研磨断面直接測定との比較,” 砥粒加工学会誌, **61**, 12, 659-665.
- ・小川昭, 高橋武則, 樋口英一 (2019b): “レプリカ法によるガラス微小穴内部形状の間接測定, 第2報: 縦軸切断面直接測定との比較,” 砥粒加工学会誌, 印刷中.

第3章

- ・小川昭, 高橋武則 (2017b): “統計モデルによる機械加工の最適化,” 品質, **47**, 3, 55-60.

第4章

- ・小川昭, 高橋武則 (2019a): “楕円に基づく解析による回転穴加工形状の評価事例,” 品質, **49**, 1, 95-100.

第5章

- ・小川昭, 高橋武則 (2019c): “実験計画法に基づく超音波回転穴加工の3次元加工形状評価モデル構築と加工メカニズム解明” 精密工学会誌, 印刷中.

第6章

- ・Ogawa, A., Takahashi, T., and Higuchi, E. (2019): “Three-dimensional small glass hole evaluation using replica method and multiple characteristics optimization by stepwise procedure,” *Journal of Japan Society for Precision Engineering, Special issue of ICPE 2018*, in printing.

関連する引用文献

- ・ 小川昭, 高橋武則 (2016): “加工形状描写関数に統計モデルを用いた穴過去の最適化,” 目白大学経営学研究, **14**, 51-62.
- ・ 小川昭, 高橋武則 (2017d): “統計解析に基づく加工工程の総合的最適化,” 目白大学経営学研究, **15**, 17-34.
- ・ 小川昭, 高橋武則 (2018): “統計解析に基づき経営視点を重視した機械加工工程の総合的最適化,” 目白大学経営学研究, **16**, 55-70.
- ・ 小川昭, 高橋武則 (2019d): “マネジメントの視点に基づくガラス部品の回転穴加工最適化,” 目白大学経営学研究, **17**, 印刷中.
- ・ Ogawa, A., Takahashi, T. (2014): “Activity to improve and promote TQM systems,” *Proceedings of International Conference on Quality 2014*, Tokyo, Japan, V3-21, 564-577.
- ・ Ogawa, A., Takahashi, T. (2015): “Design for multi characteristics using multi input and hierarchical structure model; total optimization of glass parts manufacturing process,” *Proceedings of the 13th Asian Network for Quality Congress*, Taipei, JP-33.
- ・ Ogawa, A., Takahashi, T. (2016): “Optimum design for reverse engineering,” *Proceedings of the 14th Asian Network for Quality Congress*, Vladivostok, DP-6 (JP-05).
- ・ Ogawa, A., Takahashi, T. (2017): “Optimization of processing from quality management point of view,” *Proceedings of the 15th Asian Network for Quality Congress*, Kathmandu, JP-018.

第 1 章 序論

1. 1 研究背景

製造業においては、大量生産が開始されてから今日まで、製品の製造過程は企画、設計、製造の順に行われ、その後、製品は市場に出荷されてきた。市場ではユーザーが製品を評価し、製品性能の優劣が企業の社会的価値の一部を決定していた。このような製品の作り方は設計、製造が主体であり、製品を製造することに注力していることからプロダクトアウトと呼ばれる。その目的は製品の充足と、その結果としての顧客満足度向上である。

一方、現代社会において企業はユーザーが製品を使用したときの満足度を様々な方法で収集し、その情報を新製品の企画、開発に役立てている。この取組は市場における顧客視点を重視していることからマーケットインと呼ばれ、その目的は製品が充足した状況下での顧客満足度向上である。

このような対立概念としてのプロダクトアウトとマーケットインを融合して、企業経営には両者が不可欠であるとする考え方がある。その考え方において、プロダクトアウトでは進出する市場で競争優位を確保するための自社技術の開発と改善、マーケットインでは進出すべき市場の特定と分析が重要である。

そこで多くの企業では、市場で評価され高い顧客満足度が得られるよう製品を企画、設計し、その設計条件の下で、品質（Quality）、コスト（Cost）、納期（Delivery）を利害関係者の合意のもとに最適化して製造している。本論文ではこれらを総称して QCD と略記する。優れた QCD を実現するためには、生産技術力の高い生産部門と、工程能力の高い製造工程が必要である。そして生産部門が技術力を高め工程能力を向上させるための手段の 1 つとして統計的品質管理（Statistical Quality Control: SQC）の手法がある。

日本は第二次世界大戦後、米国から SQC の基本的なコンセプトを導入した。その後製造業を中心に独自の発展を遂げ、世界における日本の製造業の地位向上に大きく貢献した手法である。

SQC には多くの手法があり、その代表的なものに実験計画法（Design of Experiment: DOE）がある。DOE の目的は、問題解決や課題達成のための実験を計画し、数理統計学に基づい

た科学的な状況判断と意思決定を行うことである。製造業における DOE の役割は、解決すべき問題の根本原因を特定し、達成すべき課題の因果メカニズムを解明するための技術である。そして根本原因は 5M（人；Man、機械；Machine、材料；Material、方法；Method、測定；Measure）の中にあり、課題の多くは QCD に関連したものである。

本論文で取りあげた硬脆性材料の超音波援用回転研削穴加工はシリコンを主原料とした硼珪酸ガラス（商品名テンパックスガラス）に研削加工ツールで穴をあける加工である。一般的なガラスの性質は硬脆性以外に、耐熱性、耐薬品性、電気絶縁性、光透過性などがあり、いずれも優れた品質特性を持っている。その用途は、情報化社会の重要なインフラである光通信ケーブル、情報通信端末（スマートフォン）の操作画面、航空機や宇宙ロケットの慣性航行用ジャイロ、精密電子部品の積層基板など多岐にわたる。さらに情報処理に必要な大規模集積回路（Large Scale Integrated circuit: LSI）の材料であるシリコン（Si）と同じ熱膨張率となるようにガラスを設計し製造することができるため、シリコンを使用した工業製品にはガラスが同時に使用されることが多い。本論文では硼珪酸ガラスを対象としたが、本論文の方法論は石英ガラスや鉛ガラス、アルミナ（ Al_2O_3 ）を主原料とするサファイアガラス、さらには無機材料を焼結したセラミクスなどにも適用可能である。

加工方法は、超音波回転加工（Rotary Ultrasonic Machining: RUM）であり、使用工具はダイヤモンド砥粒が表面にコートされた研削工具（Grinding tool）である。超音波を援用したことで加工効率は向上するが加工メカニズムが複雑になる。さらにガラスに確率的に発生するクラックやチッピングの影響を考慮した解析が必要となる。確率的な現象の把握には多数のサンプルから統計的な推測を行うことが必要である。

このような背景からガラスの RUM 加工では根本原因を特定し、QCD を技術的にも経営的にも最適化する必要がある。そこで、DOE で計画した実験方法でガラスに穴あけ加工を行い、穴内部の 3 次元加工形状および性状を測定、統計解析して加工メカニズムを解明し形状や性状の複数のモデルを作成する。その後モデルを目的関数として複数の特性を最適化する。最適化においては技術と経営の両視点を考慮する。

本論文の課題は、加工メカニズムの解明、加工形状のモデリング、多特性の最適化の 3 つである。そしてこの課題達成に統計的品質管理（Statistical Quality Control: SQC）手法を活用

する。ガラス穴の形状や性状を 1、2 個のサンプルで解析してもメカニズムの把握は難しい。また、多数の穴形状を測定するため、測定方法にも工夫が必要である。ガラス穴を直接測定するためにはガラスを切断して内部を露出させるため破壊試験となる。この方法は製品には使用できず、また切断自体が困難であり多額の費用も必要である。さらに穴が微小の場合は、切り代を差し引くと穴全体を測定することが不可能である。このような理由から、穴内部形状は製品開発時から測定されておらず、その結果メカニズムが十分解明されていなかった。そして製造工程では、穴加工部は全数目視検査が行われてきた。また平常時では発生しない大きなクラックやチッピング、加工面粗さの増大が発生しても、メカニズムが把握されていないことから根本原因に対策を打つことができていなかった。これは生産技術だけの問題ではなく経営課題として取り組むべきものである。

そこで本論文ではガラス穴内部形状を転写したレプリカを間接的に測定する方法を採用した。レプリカ法自体は従来からある汎用技術であるが、近年はレプリカの外周を 360°非接触で測定できる装置が開発され、安価で高精度に多数のレプリカを測定できるようになった。本論文では穴形状を転写したレプリカと非接触測定機を組合わせて穴の内部を測定する方法をレプリカ法と呼ぶ。

加工形状のモデリングでは、穴内部の断面形状を真円ではなく楕円を前提とした。そして実験計画法を活用し加工要因と穴形状の複数の特性および性状の関係を定式化した。楕円は真円を含むため、工業規格に準拠した一般性のある評価が可能となる利点がある。

QCD の最適化は、このモデリングで得られた推定式を目的関数として数理計画法で行う。モデリングにより加工メカニズムが定式化され、明示されたことにより多くの利害関係者が多特性の最適化の意思決定に加わることが可能となる。そこで複数の特性に優先順位をつけず一度に最適化する方法と、特性に優先順位を付けて優先順位の高い特性から最適化する方法を比較した。本論文では前者を同時最適化、後者を多段階適化と呼ぶ。このとき、技術的な制約条件と経営的な制約条件の 2 つを考慮する。技術的な制約条件として、例えば製造基準がある。これは良品が満たすべき条件である。経営的な制約条件として、例えば ISO9001 2015 の特別採用の条件がある。これは製造基準を満たさない不適合品を、顧客や製造部署の責任者の了解のもとで出荷、使用するものである。

1. 2 先行研究

研究背景で述べた、市場で評価され高い顧客満足度が得られる製品を製造するため、多くの企業は、市場から情報を収集して新製品を企画、設計することがある。しかしこのようにして設計された製品が必ずしも高い顧客満足度を得られるとは限らない。また DeMarco (1982) はソフトウェアの開発において「測定できないものは管理できない」として測定の重要性を指摘したが、その後 DeMarco (2009) において、測定だけではイノベーションを起こすことはできず、イノベーションに必要な要素が他にあることを指摘している。すなわち市場を測定しただけでは顧客満足度の高い優れた製品は製造できない。

過去から現代に至るまで、優れた製品を製造するための様々な取組が報告されている。例えば野中・竹中(1996)は、企業内の組織や文化に根付く暗黙知から知識を創造する活動を説いている。また Clark and Fujimoto (1991) や Fujimoto (1999) は、企業内の企画、設計、生産、販売の各部門が協力し、新しい生産システムを構築したことが魅力ある製品の生産に繋がり経営に成功した事例を紹介している。さらに日本企業の優れた品質活動をまとめた報告として Box et al. (1988) がある。

日本企業の優れた問題解決および課題達成能力については多くの報告がある。奥野ら (1986) は企業の SQC 研究会の協力を得て工業における多変量データの解析事例を報告している。また高橋 (1991, 1993) は問題を構成する要素と構造、QC 的問題解決法を述べている。宮川 (2008) は問題の発見と解決を科学的に進めるために SQC 手法の活用を述べている。Ogawa and Takahashi (2014) は SQC を全社的品質マネジメント活動 (Total Quality Management: TQM) に取り入れ推進したこと、Ogawa and Takahashi (2016) では製造の情報を設計に提供してイノベーションを起こす "Reverse Engineering" を発表し、Ogawa and Takahashi (2017) では品質マネジメント視点で加工の最適化を提案している。

以上より、日本の製造業において、製造現場の問題を解決し、経営課題を達成して企業が成長をする 1 つの方法に SQC を有効活用する方法がある。本論文では 3 つの課題、すなわち、加工メカニズムの解明、加工形状のモデリング、多特性の最適化を取りあげる。

まず RUM 加工メカニズムの解明についての先行研究に Thoe et al. (1998) がある。研削加工は旧石器時代から続く古い加工技術であるが、そこに超音波を援用した技術はまだ 100 年

が経過していない。超音波を援用した材料内側の精密研削技術について、近年では Wu et al. (2009)や Hu et al.(2002) などが参考となる。

RUM 研究において SQC 手法の 1 つである実験計画法を適用したものに Li et al. (2005a, 2007) があり、Li et al.(2005b) はモデリングまで研究している。これらはセラミクスやグラファイトエポキシの複合パネルを材料としており、硬脆性材料のガラス加工ではない。

ガラスはダイヤモンドに次ぐ硬度があるため、機械加工が難しい。そのため機械加工においては単刃加工の切削加工 (Cutting) ではなく、多刃加工の研削加工 (Grinding) が採用される。研削加工は高硬度の鉱物質を固めて軸対象形状に成形した研削砥石 (grinding stone) を使用し、小さな切りくずを排出しながら加工するものである。ガラスの RUM 加工は Koshimizu and Aoki (2013) に報告があり、研削機構については Hu et al. (2002) に詳しい。また藤本ら (Fujimoto et al., 2014) は超音波を援用した加工において小径ダイヤモンド研削ホイール表面をレプリカに転写し、このレプリカの 3 次元幾何学形状を SEM (Scanning Electron Microscope) で観察している。これはレプリカ法を使用した研削メカニズムの研究事例の 1 つであるが、加工対象そのものの形状は観察していない。レプリカ法による測定は澤近 (2002) や松岡ら(2004) の報告がある。

本論文で対象とした硬脆性材料のガラス加工に使用される研削工具 (Grinding tool) は微小な粒径 (Grain size) のダイヤモンド研削砥粒 (Abrasive grain) が一定の集中度 (Concentration) で多数コートされたものを使用する。この砥粒 1 つ 1 つが材料を除去する。さらに砥粒は研削抵抗や熱衝撃により材料を研削する間に脱落し新しい砥粒が生成する。これは自生発刃とよばれる、研削加工特有のメカニズムである。自生発刃は確率的に発生するものであり、研削メカニズムは確率統計的な要素を含むものである。さらに回転研削穴加工で形成した穴の入口、出口、内部の表面にはガラスの欠け (チッピング) やひび割れ (クラック) が確率的に発生する。この点からも、本論文に SQC 手法を適用する合理性がある。

次に RUM のモデリングの先行研究では、材料除去率 (Material Removal Ratio: MRR) について Pei, et al. (1995), Hu, et al. (2002), Li, et al. (200a, 2005b, 2007) の報告がある。材料除去率は RUM の基本的な特性である。しかし穴内部の歪みやテーパ形状などの 3 次元加工形状はモデル化および評価されていない。

加工プロセスの基本機能を研究する方法論に品質工学 (田口, 1986, 1999) があり、これはタグチメソッドとも呼ばれている。この方法論は Phadke et al. (1983, 1989) に続いて、Miller and Wu (1996)、宮川 (2000, 2003)、Joseph and Wu (2002) らが研究し報告している。タグチメソッドの特徴は、実験計画法によるデータ収集と基本機能を S/N 比で評価することである。したがって実験計画法を活用する点で本論文と同じアプローチをとるが、穴の大きさ、歪み、粗さ、扁平率などの品質特性を加工要因でモデル化を行う本論文の手法とは異なる方法論である。また Leon et al. (1987) では S/N 比の拡張、Miller and Wu (1996)、Joseph and Wu (2002) ではタグチメソッドとは異なる視点のパラメータ設計、さらには Roshan and Wu (2002) では目標が複数ある場合 (multiple target systems)、Roshan (2003) では feed-forward 制御の場合の頑健設計 が報告されている。

本論文は加工形状を真円ではなく楕円を前提にして解析する点に特徴がある。米山ら (2015) の研究から、穴形状が理想的な円形状にならない理由としてドリルのガラス表面への食付き性の問題をあげている。そしてこのアプローチは加工工程が量産準備期にある場合に経営視点で有効であることを小川・高橋 (2019) が明らかにしている。

加工形状の最適化の 1 つに構造最適化がある。これは、力学と数学に基づいた数値シミュレーションにより構造物の最適な形状を求める方法である (山田, 2016)。そして設計自由度から寸法最適化 (例えば Schmit (1960) や Nicholson and Pullen (1969))、形状最適化 (例えば Zienkiewicz and Campbell, 1973)、形態 (トポロジー) 最適化 (例えば Bense and Kikuchi, 1988) に分類される。寸法最適化は高さや長さ等の媒介変数を設計変数として最適化問題を解き最適構造を得る方法である。形状最適化は構造物の境界位置を設計変数とし、予め設定された外形形状の移動と変形により最適構造を得る方法である。トポロジー最適化は最適な材料分布を求める問題と捉え、予め設定された領域内部の材料の有無を求める方法である。これらはいずれも本論文が対象とする機械加工の最適化とは異なる。すなわち構造最適化は、設計した物は機械加工で設計の指示どおりに完成できることを前提としているが、機会加工の最適化は加工した物が設計の指示どおりに完成しないことを前提としている。また構造最適化では、設計変数の変化量と目的変数の変化量との割合である設計感度に基づいて設計変数の更新を行う。感度については、例えば Carter and Price

(2001) に詳しい記述がある。機械加工の最適化は製造基準等で指示された基準値に基づいて変数を変更する。研削加工の場合は Ohishi et al. (2003) や Onishi et al. (2018) のように研削加工技術に基づきメカニズムを解明して改善する。このように構造最適化は本論文で扱う加工メカニズムを解明する手法とは異なる手法で設計変数を最適化する。トポロジーは円や楕円の形態に対する理解を深め、最適化の感度は得られた最適解に対する実現可能性を判断する指標となるが、本研究では構造最適化を対象外とする。

複数の応答を最適化する研究は、Harrington (1965) が”Desirability Function”の中で望ましき関数を発表している。望ましき関数についてはその後 Biles et al. (1975)の報告や、Derringer and Suich (1980)が” Simultaneous Optimization of several response variables” において一般化した関数を提案し、Khuri and Conlon (1981) も”Simultaneous Optimization”を報告している。Myers and Carter (1973) は 2 応答アプローチ (Dual response approach) を紹介している。Vinning and Myers (1990) はタグチメソッドと応答局面法を結びつけた研究を紹介している。

Del Castillo and Montgomery (1993) は最適解の探索に generalized reduced gradient (GRG) を使用した数値解析が採用できること、Montgomery (2005)では等高線図 (contour plot) による直接的な最適解の求め方も示している。そして Carlyle et al. (2000) は直接探索と数値解析による最適化を総括している。

統計的品質管理に基づく最適化は、例えば吉澤・芳賀 (1992) に事例が紹介されている。加工最適化法に関しては、加工機にセンサーを取り付け、振動、音、回転数等を測定しそのデータを解析して最適化を行う例が紹介されている。これらの方法は機械加工の基本的な評価方法であるが、硬脆性材料の加工形状の最適化には適していない。最も確実な方法は加工形状を直接測定する方法である。

形状測定では座標測定機 (Coordinate Measuring Machinrs: CMMs) を使用することがあり、Zhao et al. (2017) では円筒の外側形状を測定し評価を行っている。また Chiabert et al. (2018) では円形状部品を測定し許容範囲を評価している。しかし CMMs は対象の表面を計測するもので、微小穴内部には侵入できず、加工穴内部の内側形状測定は困難である。

1. 3 研究目的と意義

本論文の目的は、我々の提案する SQC に基づく加工形状のモデル化と多特性の最適化の方法論が、加工品質の改善だけでなく、加工コストや生産性に代表される経営指標の改善にも有用であることを示すことである。さらに、この方法論を実践するために本研究で新たに導入した計測方法、形状評価指標、最適化アルゴリズムの有効性を示すことである。

本論文で使用した硼珪酸ガラス (商品名はテンパックスガラス) は硬脆性材料の中でも汎用的な材料である。そして、提案した方法論はその他のガラス (石英ガラス, 鉛ガラス, サファイアガラス等) やセラミクスなどの広く硬脆性材料と呼ばれるものに適用できる。さらに、加工形状の測定データが得られることを前提に一般的な回転加工にも適用可能である。以上より、本研究の方法論は広く製造業に寄与するものである。

1. 4 論文の構成

本研究は、RUM による穴加工形状のメカニズムを解明し、SQC 手法に基づいてモデル化し、モデル化した多特性を最適化する 3 つの技術分野に関係している。そしてそれらの技術分野に経営視点を加えて最適化を実施している。各章の構成は以下のようになる。

第 1 章では、本研究の背景、先行研究、目的と意義を述べた。SQC は従来、製造業における品質改善やコストダウン、生産性改善に活用されてきた。しかしこれからは、SQC の新しい活用法、優れた製品やイノベーションの創出実現の手法となる可能性を述べた。

第 2 章では、硬脆性材料の RUM 加工最適化を取り上げ、経営的および技術的な課題点を述べ、その対応の必要性を述べる。そして経営的な課題点の達成に SQC 手法が有効であることを示し、具体的には第 3 章から第 6 章に展開する。また研究を進めるために達成すべき技術的な課題として穴内部の測定があることを示し、そのためにレプリカ法を開発したことを述べる。

第 3 章では、RUM 加工の基本的な評価であるガラス表面の円の直径を取りあげる。そして加工機の 3 因子と工法の 1 因子でモデル化する。加工機の 3 因子は RUM 加工に固有のパラメータであり開発要素はないが、工法は技術的かつ経営的な視点から最適化のための開発要素がある。そこで、工法ごとに最適解を求める方法と、異なる工法に共通して適用でき

る最適解を求める方法を提案する。

第4章では、RUM加工断面形状を真円ではなく楕円と仮定することで、穴の大きさ、粗さ、歪みを評価する。このとき計測にレプリカ法を採用する。真円と楕円の相異が解析に与える影響も評価し、楕円の優位性を述べ、これが加工のメカニズムを解明するうえで有効であることを示す。そして、経営視点では工程が流動準備期にあるときに楕円のような新しい技術特性を導入する利点があることを示す。

第5章では、加工3因子に加えて、工法であるツールの送りモードと工具である加工ツールの粒度を含めた5つの加工因子により穴加工の3次元形状評価の統計モデルを定義する。そして、加工3因子を内側に、工法と工具の2因子を外側に配置した直積実験を行い、形状と性状の統計モデルを構築し、加工形状を評価する。直積実験の加工条件に応じて、穴断面は歪むと仮定して断面形状は真円ではなく楕円とする。深さ方向はテーパ形状になると想定し、1次式でモデル化する。そして得られた測定データから楕円に基づく加工形状のモデルを作成し、これを総合的に解析して3次元加工形状を評価し加工メカニズム解明の端緒を得て本論文の有用性を示す。

第6章では、RUMの加工3因子を2次の効果まで評価する実験計画をたて、RUM加工のメカニズムを詳細に解明する。さらに断面形状を楕円としたうえで、穴径の中心値と入口から出口にかけての傾き、粗さの中心値と入口からの変化率の4特性を最適化する。そしてこの4特性を最適化する方法として、同時最適化と多段階最適化を比較する。最後に多段階最適化が経営視点から同時最適化より優れていることを示す。

第7章では、本研究をまとめ、総括する。ここでSQCを活用したRUMの事例は第3章から第6章で述べており、これらをまとめたものを表1-1に示す。そして、本論文が技術と経営の両面で企業や社会の価値創造に貢献することを述べる。特に多段階最適化のアプローチは、特性の優先度を明確にし、利害関係者の同意を得ることを重視する点で技術に偏らない経営に貢献する方法であると結論する。またこの方法論は製造業のさまざまな加工に適用可能であることを述べる。

表 1-1 3章から6章までの内容

章と目的 解析				3 章	4 章	5 章	6 章
				最適化	モデル化	モデル化	最適化
特性	次元			2 次元	2 次元	3 次元	3 次元
	形状	断面		真円	楕円	楕円	楕円
		側面	稜線	—	—	○	○
	性状	粗さ	残差	—	○	○	○
	形態	断面	扁平率	—	○	○	—
		軸	軸歪み	—	—	○	—
	要因	量的	機械	1 次項	○	○	○
積項				○	○	○	○
2 次項				—	—	—	○
質的		工法		○	—	○	○
		工具		—	—	○	○
計測				汎用計測	レプリカ法	レプリカ法	レプリカ法

○：対応、—：非対応

第2章 硬脆性材料の超音波回転加工における最適化の課題点とその対応

2. 1 本章の目的

本章の目的は、硬脆性材料の RUM 加工最適化において、経営的および技術的な課題点を述べ、その対応を示すことである。そして経営的な課題点の解決には SQC 手法の活用があり、具体的には第3章から第6章に展開する。技術的な課題点は計測方法であることを述べ、その解決までの内容を示す。

2. 2 経営的な課題点

測定が困難な加工穴の内部形状は、加工の改善や最適化が困難であることを前章で述べた。その場合の経営戦略では、真因を解明することよりも、厳重な品質管理の下で生産を継続することが有利と判断されてきた。日本の優れた品質管理の実績(藤本, 2003)から、メカニズムが不明の場合でも工程を安定させ不良の発生頻度を抑え込むことで安定生産が可能となると判断されてきた。

しかし新たな測定方法が開発されると、加工メカニズムを解明して問題の真因を追求し、企画や設計をやり直して経営指標を向上させることが可能である。その取組を Ogawa and Takahashi(2015)、小川・高橋 (2016, 2017d, 2018)として報告している。その課題点を、作り込み、出来栄え、最適化の視点であげると、次の3点となる。

1点目に、作り込みにおいて、回転研削穴加工に特徴的な工法と工具を含めた最適化方法の確立である。これは、速度や電力のように単純に最適水準を求めるのではなく、その選択に品質、コスト、生産性のトレードオフが存在し、いくつかのシナリオのもとに最適化するための因子として扱う。そのための方法論を確立することが課題点としてあげられる。

2点目に、出来栄えを評価する方法の確立である。評価には2次元評価と3次元評価が存在する。2次元評価では、JIS B 0021(幾何公差表示方式) や JIS B 0601(表面性状：輪郭曲線方式) で規定された従来からの真円を前提に評価する方法と、あらたに本論文で提案する楕円を前提に評価する方法を比較し検討する。

3点目に、多特性を最適化する方法論の確立である。本論文では加工形状を2特性、加工

性状を 2 特性、合わせて 4 特性を加工要因の関数でモデル化する。そしてこれらのモデルを用いて数理計画法で最適化する。そのとき特性に優先度を定め、同時に最適化する方法と、特性の優先度に応じて 1 特性ずつ多段階に最適化する方法を比較し考察する。そして、利害関係者との合意を重視する場合は多段階最適化が有効であることを示す。

以上 3 点の課題点に対応する最適化の方法を次節で述べる。

2. 3 経営的な課題点に対する対応

1 点目の課題点に対する対応として、前述した作り込みにおける工法と工具を含めた最適化方法の確立については第 3 章で述べる。そこで工具は 1 つに固定したうえで、2 つの工法を取りあげ、穴の大きさを最小化するための方法として、工法ごとに最適な加工条件を求める方法と、両工法に共通して適用できる方法を提案し、両者を比較考察する。この方法論が有用であることを示し、その後さらに工具を含めた最適化の方法論に発展させていく。

2 点目の課題点に対する対応として、第 4 章では、出来栄を 2 次元で評価する方法を検討する。すなわち穴内部の 1 断面を取りあげ、この断面形状が歪んでいることを前提に楕円で評価するものである。楕円で評価することで扁平率を評価指標に取り入れる。そして穴の大きさ、歪み、粗さ、扁平率の 4 特性を評価する方法論を提案する。この方法は真円では不可能な回転穴加工の軸の歪みや、クラックなどを評価することができる点で従来の真円度評価より優れていることを示す。

3 点目の課題点に対する対応として、出来栄の管理を 3 次元で検討する方法を第 5 章で示す。このとき、経営的因子としては、工法だけでなく工具も含めて評価する。穴加工の 3 因子と経営視点の 2 因子が作り込みの要因であり、3 次元評価のために穴の 3 点を測定するための位置座標を定義する。これらを変数とした形状モデルを統計的な変数選択により構築する。その結果を考察することで 3 次元モデルを使用した形状評価の有用性を示す。

第 6 章では、加工 3 因子を 2 次の効果まで評価したうえで、多特性の最適化の方法として同時最適化と多段階最適化を提案する。多特性では優先順位が事前に設定されていることを前提に、優先度の高い特性から最適化を行う。この結果は同時最適化とは異なる最適解を得ることになる。その結果を利害関係者と検討することで多段階最適化の有用性を示す。

これらは全て硬脆性材料であるガラスを使用し、実験計画法と数理計画法を活用して実施した。また、測定的前提としてレプリカ法の活用がある。この測定方法の開発が従来の技術的な課題点を克服した。その概要を次節に示す。

2. 4 技術的な課題点

統計的品質管理の基本は測定データに基づく管理である。そこで真円および稜線さらには粗さを測定し、測定データを解析した後、対策を講じて改善し、さらに最適化して管理することが課題である。この課題は、例えば Ogawa and Takahashi (2015)、小川・高橋 (2016, 2017d, 2018, 2019) に報告がある。

本論文で使用する RUM 加工機の全容とガラス加工の状況を図 2-1 に示す。またガラス穴加工後の形状を図 2-2 に示す。



図 2-1 加工機の概要



図 2-2 ガラス穴加工後の形状

ガラス穴加工形状を直接測定する方法として、接触式の触針子を用いる方法、レーザー光線を利用した共焦点顕微鏡による方法、赤外線や X 線を利用した画像撮影や CT による方法がある。これらは測定精度、対象の大きさ、測定箇所は外側形状または内側形状による違いなどで使用方法が異なる。

本論文で対象とする、硬脆性材料のガラス穴の場合、内側形状であることから触針子の大きさや共焦点顕微鏡の焦点距離、画像撮影や CT の精度の問題がある。最も重要な項目は穴の大きさと触針子の大きさの関係である。前者が後者より小さければ穴内部の測定は不可能である。本研究で対象とする加工では穴の大きさは触針子より小さい。そのため穴内部の測定が不可能である。

さらに穴断面の外周曲線を測定するとき、一般にガラスを研磨して断面を露出させ外周曲線を測定する。この場合は対象を破壊して測定する破壊検査となる。この方法では、完成品は破壊され出荷できず、また多数の測定データを得ることも不可能である。以上より最大の技術的な課題は微小穴内部を正確に測定する方法の開発である。

2. 5 技術的な課題点に対する対応

本論文では非破壊で多数の穴内部形状を測定できるレプリカ法を開発した。その内容は小川・高橋 (2017a, 2017c, 2019b) に報告がある。この方法は、穴内部を直接測定する代わりに、穴形状を転写したレプリカを作成し、このレプリカの外側形状を測定することで間接的に穴内部を評価するものである。この方法は澤近 (2002)、松岡ら (2004)で報告されているが、本論文では非接触式の外周測定機を使用する点が異なる。

加工で形成されたガラス穴 (直径 1mm) にレプリカ材料を注入した。その概要を図 2-3 に示す。レプリカ材料は Struers 社製 RepliSet-F5 を使用した。詳細は丸本ストルアス : RepliSet レファレンス・ガイドを参照。記載されている転写精度は $0.1\mu\text{m}$ である。

ガラス穴を転写してレプリカは柔軟性があるため共焦点式の非接触式外周測定機を使用する。本論文では三鷹光器製 MLP-2 を使用した。断面の測定精度は $0.1\mu\text{m}$ である。詳細は三浦ら (2015) および付録Iを参照されたい。

ガラス微小穴内部を直接測定した結果とレプリカ法で測定した結果とを比較するために、

ガラスの穴入口から一定距離までを一定間隔でガラス穴を断面研磨測定し、レプリカの転写率を評価したものが図 2-4 である。また縦軸方向についても、ガラス穴を縦軸方向に切断し、穴内部を縦軸方向に接触式粗さ計で測定した結果と比較したものが図 2-5 である。

図 2-4 では穴入口付近の転写率が悪い。この部分を除くと、レプリカ法の転写率が $\pm 0.1\%$ である。図 2-5 においても、穴入口から $1000\ \mu\text{m}$ 以上離れた地点での転写率が $\pm 0.1\%$ 以下である。これは RUM 加工で形成された直径 $1000\ \mu\text{m}$ の穴形状測定において、測定誤差が $\pm 1.0\ \mu\text{m}$ であることを示している。この値は RepliSet-F5 の転写精度および MLP-2 の測定精度である $0.1\ \mu\text{m}$ の 10 倍であるが、RUM 加工形状を評価するうえでは問題ない数値である。

転写率低下の原因は、レプリカを穴内部に充填するときの充填不良や、穴からレプリカを引き抜くときのレプリカの膨張、等が考えられる。これらの転写率改善は今後の課題である。

2. 6 本章のまとめ

統計的品質管理手法に基づく硬脆性材料であるガラスの回転研削穴加工最適化の課題点を経営的な課題点と技術的な課題点について述べた。経営的な課題は加工要因、評価特性、最適化の 3 つについてまとめ、本論文の展開について述べた。要約すると、

第 3 章では、単特性で真円を前提とし、工法を考慮した 2 次元の最適化

第 4 章では、多特性で断面形状に楕円を前提とした 2 次元の評価

第 5 章では、多特性で楕円を前提とし、工法と工具も考慮した 3 次元評価

第 6 章では、多特性で楕円を前提とし、加工因子の 2 次効果も考慮した多段階最適化を各章で示す。技術的な課題点は穴内部の測定であったが、本研究の開始前に基本的な測定方法の開発は完了したことを示した。

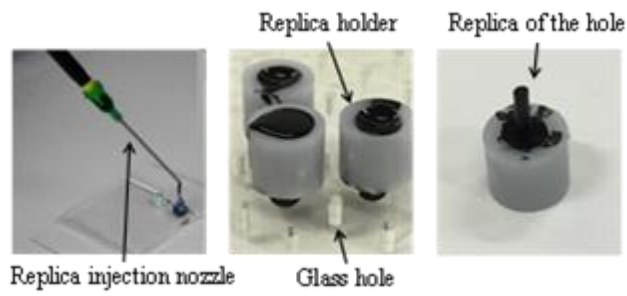


図 2-3 レプリカ法の概要

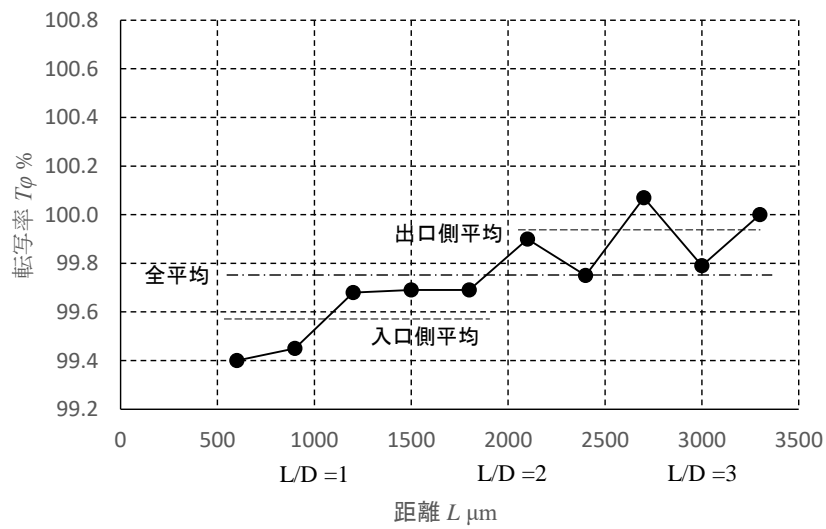


図 2-4 レプリカの断面形状についての転写率

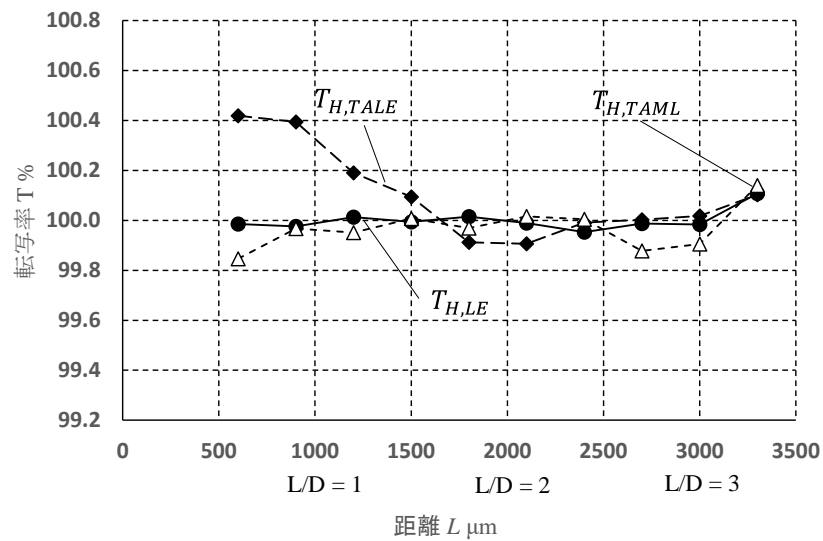


図 2-5 レプリカの縦軸形状についての転写率

第3章 統計モデルによる回転研削穴加工の最適化

3. 1 本章の目的

本章の目的は、RUM 加工の基本的な評価であるガラス表面の円の直径を取りあげ、加工工法に着目した円の直径の最適化法を提案することである。加工機には、加工3因子と工法としてツールの送りモードの1因子がある。円の直径をこれら4因子でモデル化する。

加工3因子はRUM加工に固有のパラメータで開発要素はないが、工法は技術的かつ経営的な視点から最適化のための開発要素がある。そこで、工法ごとに最適解を求める方法と、異なる工法に共通して適用できる最適解を求める方法を提案する。そして提案した方法が技術的かつ経営的に有用であることを示す。

3. 2 加工の特性と要因

RUM に関して最適水準を選ぶ目的でとり上げる因子は、加工ツール（以後ツール）の送り速度、回転速度、超音波振動エネルギーの3つである。これらは量的な制御因子で、加工メカニズムも一部解明されている。本論文では制御因子はこの3因子を指すものとする。

方法に関して加工特性の最適化に影響を与える因子に加工モードがある。これはツールの送りモードや超音波の振動モードなど質的な因子である。

従来は加工特性を最適化するとき、加工モードの水準ごとに制御因子の最適条件を探索した。さらに類似した水準を統一し、水準ごとに工程を標準化して、加工品質の安定と工程管理コストの低減、生産性の維持を実現させていた。一般に、加工モードの水準変更は慎重に行う必要がある。その理由は、加工モードは加工製品に合わせて調整されているが、制御因子との交互作用が複雑なため加工メカニズムが十分解明されていないこと、水準変更に伴う加工品質低下のリスクがあることである。このリスク回避のため、加工モード変更時は各種の確認作業が行われることから、加工コストの上昇と生産性の低下につながっていた。

しかし現在は、多品種混合の加工ラインが多く、1台の機械で複数の加工モードを使い分けることがある。頻繁な加工モードの切り替えが加工品質の低下や管理コストの上昇につながる。また製品ライフサイクルが短くなり、新製品の製造に合わせて新たな加工モードの

適用が避けられない状況もある。

このような状況に対応するとき、複数の加工モードに対する制御因子の最適解を共通にできれば、加工モードを変更しても制御因子の設定変更が不要となり、QCD の維持向上ができる。また、加工モードの水準ごとに最適解が異なる場合でも、加工特性が製造基準を満足する範囲内で共通した最適解を適用できれば QCD が安定し、現実的な最適化となる。

そこで本論文では、RUM の加工特性を最適化するために加工モードの 1 つであるツールの送りモードをとり上げ、これを含む統計モデルを作成した。次にこのモデルを使用して、送りモードの水準ごとの最適化や、異なる水準に共通して適用できる最適解の探索など、複数の最適化シナリオを作成し、数理計画法で最適解を求める。最後に、製造基準を満たす範囲で総合的な QCD の向上につながるシナリオを選択する。加工特性に関して加工モードを加えた統計モデルを作成すること、その統計モデルを複数のシナリオ下で数理計画法により最適化すること、その結果と製造基準から総合的な QCD の向上につながるシナリオを選択し考察することで、このアプローチの有効性を示すことが重要である。

RUM で使用するツールはダイヤモンド砥粒が付着した中空ドリルで、この砥粒がガラスを研削する。研削で発生したガラススラッジはガラスとツールの隙間（加工しろ）からクーラントの圧力で排出される。またガラス表面の穴直径を Y とする。 Y はツール外径 (1.00mm; 以後単位省略) と加工しろを足した量であり、加工しろが小さいほど加工精度がよい。そこで本論文における最適化は Y の最小化とした。制御因子 \mathbf{x} は、ツールの送り速度(x_1)、回転速度(x_2)、超音波振動エネルギー(x_3)である。クーラントの圧力は一定とする。

工法としてツールの送りモードがある。送りモード M は、一方向に送る One-way モード (M_1) と、上下動させる Step モード (M_2) の 2 水準である。 M_1 ではツールは常に穴の中で動き余分な動作がないため、加工精度や表面チッピング等の加工品質は高いが、スラッジの排出効率が悪いので生産性が低い。 M_2 ではツールを穴の外に出しスラッジを積極的に排出するため生産性は高いが加工品質は低い。RUM の概要を図 3-1 に、 M_1 と M_2 の比較を RUM の主要 6 特性との関係で図 3-2 に示す。

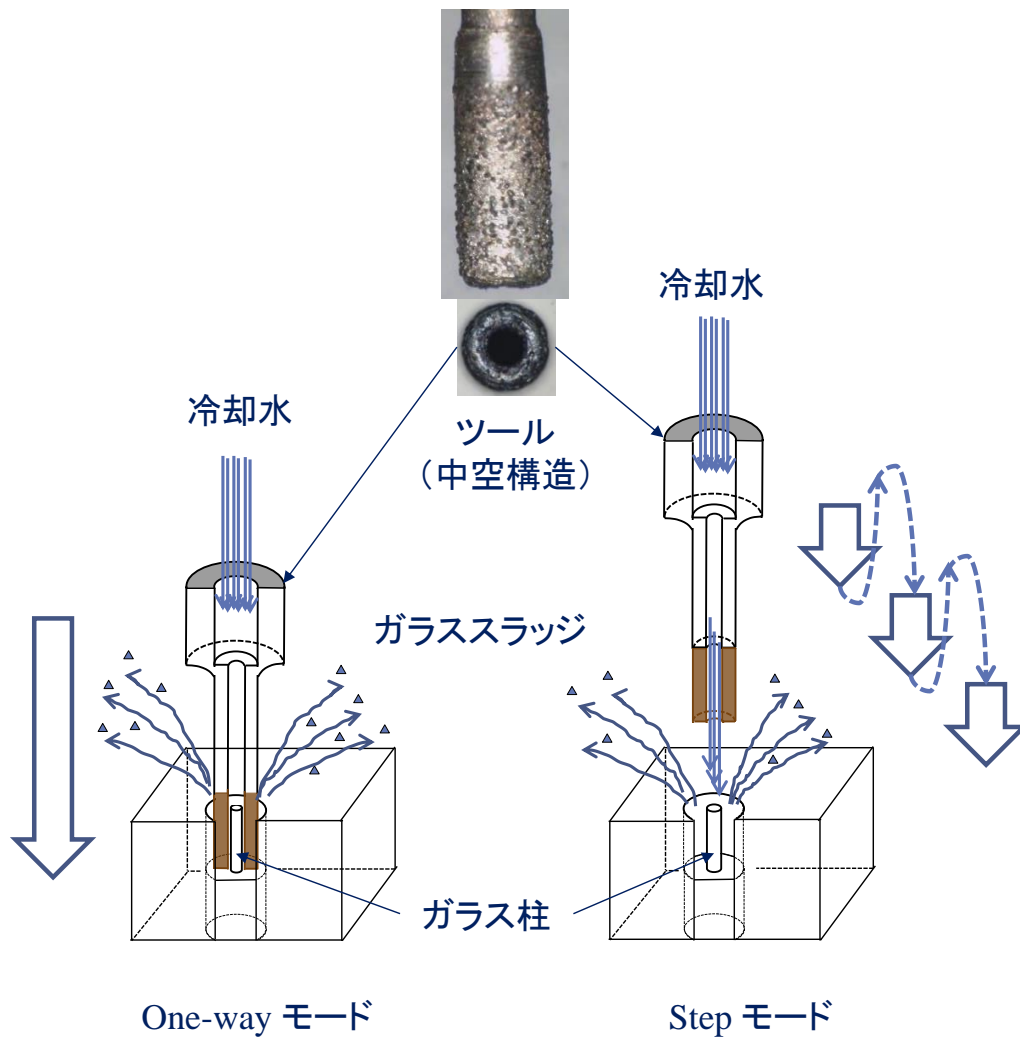


図 3-1 工法（モード）と工具（ツール）

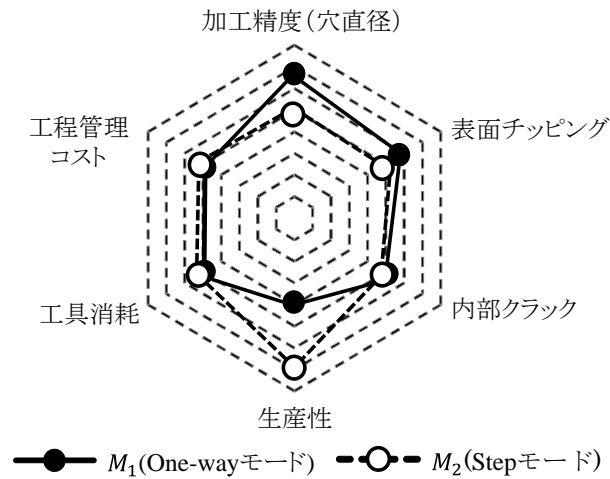


図 3-2 6 特性のレーダーチャート

RUM による穴開け加工では加工精度と生産性が最も重要である。他の特性は多少の優劣はあるが同等とする。生産性は加工時間の逆数で定義する。ツールの送り速度 x_1 が実験条件の最小値および最大値のとき M_2 の生産性は M_1 と比較しそれぞれ 1.4 倍および 1.9 倍である。

3. 3 工法を含む統計モデルとモデル構築のための実験の計画と結果

3. 3. 1 工法を質的因子として組込んだ統計モデル

穴直径 Y は 3 個の制御因子 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ と 1 個の送りモード M の関数 $Y(\mathbf{x}; M)$ とする。送りモードは第 1 水準を M_1 、第 2 水準を M_2 とする。 $Y(\mathbf{x}; M)$ を表す統計モデルを式(3-1)で定義する (河村・高橋 (2013))。この式は M の影響を受けない平均パート $A(\mathbf{x})$ と、 M の水準に応じて平均パートからの乖離を表す乖離パート $D(\mathbf{x})$ から成る。 M は M_1 のとき 1 を、 M_2 のとき -1 をとるダミー変数とする。誤差 ε は平均 0、分散 σ^2 の正規分布 $N(0, \sigma^2)$ に従うとする。

$$Y(\mathbf{x}; M) = A(\mathbf{x}) + D(\mathbf{x})M + \varepsilon \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2) \quad (3-1)$$

$Y(\mathbf{x}; M)$ は制御因子が複雑に関与するため制御因子の主効果と交互作用が重要である。このため、 $A(\mathbf{x})$ と $D(\mathbf{x})$ を定数項、1 次項、積項を含む 1 次モデルとしてそれぞれ式(3-2)、式(3-3)で定義する。

$$A(\mathbf{x}) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^3 \alpha_i x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq 3} \alpha_{ij} x_i x_j \quad (3-2)$$

$$D(\mathbf{x}) = \delta_0 + \sum_{i=1}^3 \delta_i x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq 3} \delta_{ij} x_i x_j \quad (3-3)$$

式(3-2)、式(3-3)の係数 $\alpha_0, \alpha_i, \alpha_{ij}, \delta_0, \delta_i, \delta_{ij}$ ($i, j = 1, 2, 3, i < j$) を最小二乗法で推定し、推定値をそれぞれ $a_0, a_i, a_{ij}, d_0, d_i, d_{ij}$ とする。これらを係数として式(3-1)の推定式(3-4)が得られる。

$$\hat{Y}(\mathbf{x}; M) = \hat{A}(\mathbf{x}) + \hat{D}(\mathbf{x})M \quad (3-4)$$

以後は全て推定式(3-4)を扱う。この式の中で効果が有意と判定された制御因子は、河村・高橋 (2013)に従って表 3-1 から表 3-4 の 4 種類に分類される。

表 3-1 は x_i が減衰因子となる場合である。これは平均パート $\hat{A}(\mathbf{x})$ では x_i の主効果と交互作用が有意でなく ($a_i = a_{ij} = 0$)、乖離パート $\hat{D}(\mathbf{x})$ では x_i の主効果が有意で交互作用が任意 ($d_i \neq 0, d_{ij}$ は任意) である。減衰因子 x_i を使えば、 $Y(\mathbf{x}; M_1)$ と $Y(\mathbf{x}; M_2)$ の平均値を変えずに乖離値を減衰できる。

表 3-2 は x_i が調整因子となる場合である。これは $\hat{D}(\mathbf{x})$ では x_i の主効果と交互作用が有意でなく ($d_i = d_{ij} = 0$)、 $\hat{A}(\mathbf{x})$ では x_i 主効果が有意で交互作用が任意 ($a_i \neq 0, a_{ij}$ は任意) である。調整因子 x_i を使えば、 $Y(\mathbf{x}; M_1)$ と $Y(\mathbf{x}; M_2)$ の乖離値を変えずに平均値を調整できる。

表 3-3 は x_i が両性因子となる場合である。これは $\hat{A}(\mathbf{x})$ と $\hat{D}(\mathbf{x})$ のいずれにおいても x_i の主効果が有意 ($a_i \neq 0, d_i \neq 0$) で、交互作用は任意 (a_{ij}, d_{ij} は任意) である。両性因子 x_i の値を変えると、 $Y(\mathbf{x}; M_1)$ と $Y(\mathbf{x}; M_2)$ の平均値と乖離値が同時に変わる。

表 3-4 は x_i が無効因子となる場合である。これは $\hat{A}(\mathbf{x})$ と $\hat{D}(\mathbf{x})$ のいずれにおいても x_i の主効果と交互作用が有意でなく ($a_i = a_{ij} = 0, d_i = d_{ij} = 0$)、 x_i が $Y(\mathbf{x}; M)$ に含まれない場合である。

表 3-1 x_i が減衰因子となる場合の概要

$i < j$ 、○：有意、×：有意でない、－：任意

	因子	$\hat{A}(x)$	$\hat{D}(x)$
主効果	x_i	×	○
交互作用	$x_i \times x_j$	×	－

表 3-2 x_i が調整因子となる場合の概要

	因子	$\hat{A}(x)$	$\hat{D}(x)$
主効果	x_i	○	×
交互作用	$x_i \times x_j$	－	×

表 3-3 x_i が両性因子となる場合の概要

	因子	$\hat{A}(x)$	$\hat{D}(x)$
主効果	x_i	○	○
交互作用	$x_i \times x_j$	－	－

表 3-4 x_i が無効因子となる場合の概要

	因子	$\hat{A}(x)$	$\hat{D}(x)$
主効果	x_i	×	×
交互作用	$x_i \times x_j$	×	×

本論文では交互作用が有意のときは同じパートの主効果も有意とする Effect Heredity Principle に従う(Hamada and Wu, 1992)。表 3-1 から表 3-3 の任意 (－) と書かれた交互作用が有意の時、主効果は必ず有意となっている。

2つの送りモードを最適化する共通条件の探索では、減衰因子と調整因子の存在がポイントである。両者が同時に存在すれば、まず減衰因子で乖離値を減衰させ、次に調整因子で平均値を目標値に合わせ込む2ステップ法の使用が可能である。この方法は頑健設計 (Robust

Parameter Design) (例えば宮川, 2000)で採用されている。

減衰因子と調整因子が同時に存在しない場合、2 ステップ法での最適化は困難である。そのような場合でも、2 つの送りモードを最適化する共通条件は数理計画法を用いて得ることができる。

RUM のように加工メカニズムが複雑で多くの交互作用が存在する場合、減衰因子や調整因子は少なく両性因子が多くなる。このとき、送りモードごとに個別の最適解を数理計画法で探索することも重要である。このように、統計モデル式(3-1)の推定式(3-4)に含まれる因子を分類し、統計モデルに応じた最適化のシナリオを検討することになる。

3. 3. 2 統計モデル構築のための実験計画と結果

最適化のための統計モデルでは、制御因子 x_i , ($i = 1, 2, 3$)と送りモード M (2 水準) との交互作用の評価を重視する。このため、モデルを構築するための実験は、内側に x_i 、外側に M を配置した直積実験を計画した。 x_i を 2 次の効果まで評価するときは x_i を 3 水準とした要因配置計画を採用し、実験回数は $3 \times 3 \times 3 \times 2 = 54$ 回となり実施が困難となる。そこで、 x_i を 2 水準として x_i の主効果および交互作用までを評価した。したがって実験回数は $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ 回となる。直積実験は実験回数が多いため実験に要するコストが高い。Schoemaker et al. (1991) はその改良方法を研究している。

因子の種類と水準を下記にまとめる。量的因子 x_1 、 x_2 、 x_3 の第 1 水準は-1、第 2 水準は 1 とする。

x_1 : ツールの送り速度 (量的因子、2 水準)。

x_2 : ツールの回転速度 (量的因子、2 水準)。

x_3 : 超音波発振機出力 (量的因子、2 水準)。

M : ツールの送りモード (質的因子、2 水準)。

実験結果を直積表の形で表 3-5 に示す。この表は左列から実験 No.、制御因子、送りモードの水準を示し、RUM で加工した穴直径の測定値 $Y(\mathbf{x}; M_1)$, $Y(\mathbf{x}; M_2)$ を 2 列で示す。

表 3-5 穴直径 $Y(\mathbf{x}; M)$ の測定値 (単位:mm)

No	x_1	x_2	x_3	$Y(\mathbf{x}; M_1)$	$Y(\mathbf{x}; M_2)$
1	-1	-1	-1	1.089	1.075
2	-1	-1	1	1.039	1.165
3	-1	1	-1	1.109	1.119
4	-1	1	1	1.099	1.229
5	1	-1	-1	1.078	1.136
6	1	-1	1	1.095	1.193
7	1	1	-1	1.086	1.152
8	1	1	1	1.143	1.229

測定値を式(3-1)に代入し、式(3-2)、式(3-3)の係数を最小二乗法で推定した。その後、自由度調整済み寄与率基準で変数選択を行った。変数選択前の分散分析表を付録IIに示す。追加と除去の基準値は高橋・河村(2013)に従い 0.03 とした。交互作用が有意のときは Effect Heredity Principle に基づき主効果も選択した。この計算は $L_{16}(2^{15})$ 直交表を利用して行うことも可能であり、付録IIIに示す。変数選択基準は他にも芳賀ら (1976) の方法がある。

変数選択後の分散分析表を表(3-6)にまとめ、得られた推定式 $\hat{Y}(\mathbf{x}; M)$ を式(3-5)に示す。そして推定式 $\hat{Y}(\mathbf{x}; M)$ を構成する因子を表 3-7 に整理した。 x_1 と x_3 が両性因子、 x_2 が調整因子であり減衰因子は存在しない。2 ステップ法は減衰因子と調整因子の存在を前提としているため $Y(\mathbf{x}; M)$ を 2 ステップ法で最適化することは難しい。しかし x_1 と x_3 で乖離パートを減衰させた後、 x_1 と x_3 の値を固定し、その制約条件下で x_2 により平均パートを最小化させることは可能である。詳細は次章の最適化で考察する。

$$\begin{aligned}
\hat{Y}(\mathbf{x}; S) &= \hat{A}(\mathbf{x}) + \hat{D}(\mathbf{x})M \\
&= 1.1273 + 0.0118x_1 + 0.0185x_2 + 0.0218x_3 \\
&\quad + 0.0043x_1x_3 + 0.0075x_2x_3 \\
&\quad + (-0.0350 - 0.0035x_1 - 0.020x_3 + 0.0125x_1x_3)M
\end{aligned} \tag{3-5}$$

表 3-6 変数選択後の推定式 $\hat{Y}(\mathbf{x}; M)$ に対する分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値	R^{*2}
x_1	2.21E-3	1	2.21E-3	22.09	0.33E-2	4.61
x_2	5.48E-3	1	5.48E-3	54.76	0.03E-2	11.75
x_3	7.57E-3	1	7.57E-3	75.69	0.01E-2	16.33
$x_1 \times x_3$	0.29E-3	1	0.29E-3	2.89	14.00E-2	0.41
$x_2 \times x_3$	0.90E-3	1	0.90E-3	9.00	2.40E-2	1.75
M	19.60E-3	1	19.60E-3	196.00	<0.01E-2	42.63
$x_1 \times M$	0.20E-3	1	0.20E-3	1.96	21.10E-2	0.21
$x_3 \times M$	6.40E-3	1	6.40E-3	64.00	0.02E-2	13.77
$x_1 \times x_3 \times M$	2.50E-3	1	2.50E-3	25.00	0.25E-2	5.25
モデル	45.14E-3	9	5.02E-3	50.15	<0.01E-2	96.72
誤差	0.60E-3	6	0.10E-3			3.28
全体	45.74E-3	15				

表 3-7 推定式 $\hat{Y}(\mathbf{x}; M)$ を構成する因子

○：有意（存在する）、×：有意でない（存在しない）

因子	$\hat{A}(\mathbf{x})$	$\hat{D}(\mathbf{x})$
x_1	○	○
x_2	○	×
x_3	○	○
$x_1 \times x_2$	×	×
$x_1 \times x_3$	○	○
$x_2 \times x_3$	○	×

3. 4 最適化

$\hat{Y}(\mathbf{x}; M)$ を最適化するため、質的因子であるモードを個別に最適化するシナリオを2つ用意する。さらに2つのモードに共通する最適条件を探索する第3のシナリオを用意する。これら3つのシナリオでは数理計画法により最適化を行う。第3のシナリオにおける共通の最適条件は2ステップ法でも得られ、数理計画法と同じ結果となることを示す。

次に3つのシナリオの結果を比較し、考察する。このとき許容されるシナリオは穴直径の製造基準に応じて決まることを示す。

3. 4. 1 質的因子による個別最適化と共通最適化

シナリオ1：One-way モード(M_1)での最適化； M_1 の個別対応での最適化は式(3-6)となる。

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } \hat{Y}(\mathbf{x}; M_1) \\ &\text{subject to } -1 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 1 \end{aligned} \tag{3-6}$$

標準的な数値計算で求めた最適解 \mathbf{x}^* と最適値は式(3-7)となる。参考までに Step モード(M_2)での値も示す。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^* &= (x_1^*, x_2^*, x_3^*) = (-1.00, -1.00, 1.00) \\ \hat{Y}(\mathbf{x}^*; M_1) &= 1.043 \\ \hat{Y}(\mathbf{x}^*; M_2) &= 1.171 \end{aligned} \tag{3-7}$$

シナリオ2：Step モード(M_2)での最適化； M_2 の個別対応での最適化は式(3-8)となる。

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } \hat{Y}(\mathbf{x}; M_2) \\ &\text{subject to } -1 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 1 \end{aligned} \tag{3-8}$$

最適解 \mathbf{x}^* と最適値 $\hat{Y}(\mathbf{x}^*; M_2)$ は式(3-9)となる。参考までに One-way モード(M_1)での値も示す。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^* &= (x_1^*, x_2^*, x_3^*) = (-1.00, -1.00, -1.00) \\ \hat{Y}(\mathbf{x}^*; M_1) &= 1.088 \\ \hat{Y}(\mathbf{x}^*; M_2) &= 1.086 \end{aligned} \tag{3-9}$$

シナリオ 3：両モードを最適化する共通条件

M_1 と M_2 を最適化する共通条件を数理計画法で求める場合、式(3-10)を定義したうえで平均パート $\hat{A}(\mathbf{x})$ と乖離パート $\hat{D}(\mathbf{x})$ を式(3-11)で同時に最小化する。結果は式(3-12)となり、2つのモードの乖離が 0 となったことで数理計画法による統一最適解が得られた。このときの平均値が製造基準を満足すればこのシナリオが選択できる。

$$\begin{aligned}\hat{A}(\mathbf{x}) &= \{\hat{Y}(\mathbf{x}; M_1) + \hat{Y}(\mathbf{x}; M_2)\}/2 \\ \hat{D}(\mathbf{x}) &= |\hat{Y}(\mathbf{x}; M_1) - \hat{Y}(\mathbf{x}; M_2)|/2\end{aligned}\tag{3-10}$$

$$\begin{aligned}\text{Minimize } & \hat{A}(\mathbf{x}) \\ \text{Minimize } & \hat{D}(\mathbf{x}) \\ \text{subject to } & -1 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 1\end{aligned}\tag{3-11}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{x}^* &= (x_1^*, x_2^*, x_3^*) = (-1.00, -1.00, -0.97) \\ \hat{A}(x_1^*, x_2^*, x_3^*) &= 1.087 \\ \hat{D}(x_1^*, x_2^*, x_3^*) &= 0\end{aligned}\tag{3-12}$$

2 ステップ法による解法を以下に示す。式(3-5)より乖離パート $\hat{D}(\mathbf{x})$ は x_1 と x_3 で構成されている。すなわち $\hat{D}(\mathbf{x}) = \hat{D}(x_1, x_3)$ であり、まず式(3-13)でこれを 0 に近づける。得られた最適解と最適値は式(3-14)となる。

$$\begin{aligned}\text{Minimize } & \hat{D}(x_1, x_3) \\ \text{subject to } & -1 \leq x_1, x_3 \leq 1 \\ (x_1^*, x_3^*) &= (-1.00, -0.97) \\ \hat{D}(x_1^*, x_3^*) &= 0\end{aligned}\tag{3-13}$$

次に、乖離パートが 0 となった状態で、平均パートを最小化する解を式(3-15)で求める。得られた最適解と最適値は式(3-16)となり、数理計画法で求めた共通条件の値式(3-12)と一致した。

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } \hat{A}(x) \\ &\text{subject to } -1 \leq x_2 \leq 1, (x_1, x_3) = (-1.00, -0.97) \end{aligned} \quad (3-15)$$

$$\begin{aligned} &(x_1^*, x_2^*, x_3^*) = (-1.00, -1.00, -0.97) \\ &\hat{A}(x_1^*, x_2^*, x_3^*) = 1.087 \end{aligned} \quad (3-16)$$

3. 4. 2 個別および共通最適化の比較および考察

最適化のシナリオ 1、2、3 の結果を図 3-3 に示した。また Y の理論的最小値となるツールの外径値 (1.00) も示した。

加工特性の最適化におけるシナリオの選択は、穴直径 Y の製造基準に依存する。さらに、この基準を満足する範囲で図 3-2 に示された 6 特性も考慮する。

まずシナリオ 1 を選択する場合を考察する。加工精度すなわち穴直径 Y の最小化が最優先のとき、加工精度に優れた One-way モードでの最適化であるシナリオ 1 を選択する。 Y の製造基準が $1.043 \leq Y < 1.086$ のとき、この基準を満たす加工は S_1 の One-way モードだけである。その最適解 (x_1^*, x_2^*, x_3^*) は $(-1.00, -1.00, 1.00)$ 、最小値 (推定値) $\hat{Y} = 1.043$ である。これは実験 No.2 の測定値 $Y(-1, -1, 1; S_1) = 1.039$ に近く、誤差は 0.004 と小さいことから妥当な最適解が得られた。また、仮に製造基準が $1.00 < Y < 1.043$ であれば、現在の装置と送りモードでは製造基準を満たす加工は不可能であることも判明した。

次にシナリオ 2 を選択する場合を考察する。加工精度を犠牲にして生産性を優先させる場合、生産性に優れた Step モードでの最適化であるシナリオ 2 を選択する。図 3-3 より穴直径 Y の製造基準が $1.086 \leq Y$ であれば、Step モードを使用し生産性を高めながら Y を最適化できる。その最適解 (x_1^*, x_2^*, x_3^*) は $(-1.00, -1.00, -1.00)$ 、最小値 $Y = 1.086$ である。

シナリオ 1 およびシナリオ 2 とともにツールの送り速度 x_1 は実験条件の最小値 -1.00 である。このとき 2.1 節で示したように M_2 (Step モード) の生産性は M_1 (One-way モード) の 1.4 倍である。すなわちシナリオ 2 はシナリオ 1 の 1.4 倍の生産性がある。

シナリオ 3 を選択する場合を考察する。加工精度優先の製品と、生産性優先の製品が混合して流れるラインでは、2 つの送りモードを最適化する共通条件であるシナリオ 3 を選択する。

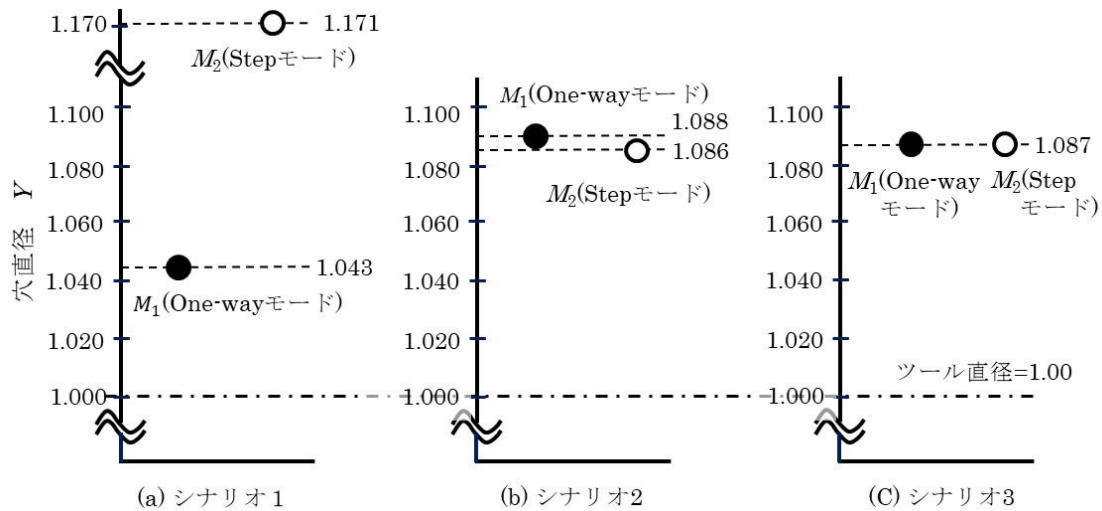


図 3-3 3つのシナリオにおける穴径の最適化の結果

図 3-3 より穴直径 Y の製造基準が $1.087 \leq Y$ であれば最適解 $(x_1^*, x_2^*, x_3^*) = (-1.00, -1.00, -0.97)$ を採用し最適値 $Y = 1.087$ を得る。この最適解に制御因子を固定すれば、送りモードの切り替えに伴う品質低下のリスクが減少し QCD の向上につながる。

なお今回の事例では、シナリオ 3 の最適解はシナリオ 2 の最適解とたまたま同等であった。対象とする事例によっては各最適化シナリオの結果が大きく異なることもある。

3. 5 本章のまとめ

本論文では RUM で形成したガラス穴直径を特性として、ツールの送りモードを加えた統計モデルを作成した。この送りモードに応じて 3 つの最適化シナリオを作成し数理計画法で最適化した。穴直径の製造基準に応じて最適なシナリオを選択することで、品質、コスト、生産性の総合的な向上につながることを示した。以上よりこの最適化アプローチは技術的にも経営的にも有用であり、また広く実務的な応用が可能である。

今後の課題は、2 次効果まで含む研削加工メカニズムの解明や、穴入口から出口までの 3 次元構造を反映したモデルの構築がある。そして、そのモデルを使用し、経営視点を重視した QCD に関する多特性の最適化である。

第4章 経営視点を加えた回転研削穴加工の楕円に基づく断面形状評価

4. 1 本章の目的

本章では、RUM 加工断面形状を真円ではなく楕円と仮定することで、穴の大きさ、粗さ、歪みを評価する。このとき計測にレプリカ法を採用する。これにより穴の周方向の粗さも正確に測定できる利点がある。

レプリカ法により得られた測定データを真円および楕円を前提として解析し、両者の相異が解析に与える影響も評価する。そして楕円を前提とした評価の優位性を述べ、これが加工のメカニズムを解明するうえで有効であることを示す。そして、経営視点では工程が流動準備期にあるときに楕円のような新しい技術特性を導入する利点を示すことが目的である。

4. 2 真円ではなく楕円に基づく評価方法

本論文では、穴の大きさ、歪み、粗さを穴の3特性と呼ぶ。そして加工断面の穴形状は真円を前提とすることが多い。そのとき断面形状を表す曲線（断面曲線）との距離の二乗和が最小となる基準円（最小二乗円）と、その円と同心の最大内接円、最小外接円の3つの円を定義する。さらに内接円と外接円の半径差を真円度と定義する。穴の大きさは最小二乗円の直径または半径で評価し、穴の歪み（形状偏差）は真円度で評価することが多い。

一方、粗さは形状ではなく表面の微細な幾何学的特性（性状）である。加工断面の粗さを評価する場合でも断面形状が真円であることは前提とせず、断面曲線にさまざまな波長の曲線が含まれることを前提としている。そしてカットオフ値（ λ_c ）とよばれる基準波長を指定し、それより長波長の曲線をうねり曲線、短波長の曲線を粗さ曲線とする。粗さ曲線から算出されるパラメータを粗さパラメータと呼び、粗さの評価に使用する。これらは JIS B 0021(1998)および JIS B 0601(2013)に規定されている。

このように回転穴加工形状の評価では、形状と形状偏差は真円を前提に評価し、性状は多波長曲線が重畳した粗さ曲線を前提に評価する。そしてこの評価方法が有効となるのは、穴加工工程が安定し、加工形状として真円を前提にできるときである。さらに形状と性状を相互に関連付ける必要のないときである。

この時期を仁科 (2009) の示す統計的工程管理 (Statistical Process Control; SPC) のライフサイクルにあてはめると初期流動期および量産流動期に相当する。すなわち安定した長期工程能力の確保に目処がたち、工程が保証すべき特性 (保証特性) をもとに維持管理に重点をおく時期である。真円を前提とした半径、真円度、 λ_c で規定された粗さは保証特性となる。

ここで、RUM によるガラス穴加工事例として光通信に使用される光ファイバーがある。RUM に起因する穴の拡大、歪み、粗さ、すなわち穴の 3 特性のばらつきが光通信の諸特性に悪影響を与える。そして加工因子の中で、加工ツールの送り速度(x_1)、回転速度(x_2)、ツールに印加される超音波の出力(x_3)、加工穴周辺に供給される冷却水流量(x_4)の 4 因子が穴の 3 特性に重大な影響を与える。この加工メカニズムが解明されていない時期を仁科(2009)は流動準備期としている。この時期は設備に起因する品質のばらつき (機械能力) を評価し、設備パラメータの最適化を図り、ライン適用後の問題を前倒しで解決し流動期の工程能力を確保すべきとしている。

そこで本論文では、穴の 3 特性を評価し、さらに加工の 4 因子との因果 (加工メカニズム) の解明を目指す。このとき以下の 2 点を重視した。

(1) 穴の 3 特性は流動準備期に適した同一の前提条件で定量化し、相互に関連付けて評価。

(2) RUM の 4 因子は、主効果、2 因子および 3 因子交互作用まで評価。

(1)に関連した先行研究として、小川・高橋 (2017) が RUM で加工したガラス穴の直径を評価している。しかし真円度や粗さは評価していない。また流動準備期の RUM では、加工機の回転機構の異常や、加工ツールの不適切なセットアップが発生しやすい。これらが原因で加工形状が楕円になった事例を Colosimo and Pscella (2010)が報告している。しかし楕円を前提とした評価は行われていない。

(2)に関連した先行研究として Hu et al. (2002)、Li et al.(2005b) がある。これは加工対象の材料除去率 (Material Removal Rate: MRR)を評価特性とし、3 因子交互作用まで評価している。また磯部・山田・原 (2015) は、RUM の超音波がツールを被加工物表面に食い付かせ、穴加工のバリや穴位置のばらつきを改善させることを報告している。いずれも RUM の因子による加工メカニズムの解明を報告しているが穴の 3 特性を評価したものではない。

これらの先行研究を参考に、本章では RUM の加工形状として楕円を前提とし、穴の大き

さ、歪み、粗さを定量化し、評価する。楕円を前提とする利点は次の3点である。

第1に真円と同様の特性を定義できる。真円の半径に対応して楕円の2焦点からの距離和の半分（半距離和とする）、真円度に対して楕円の長軸と短軸の差（楕円度とする）が定義できる。

第2に楕円は断面曲線と粗さ曲線の両方に使用できる。加工形状が楕円であるとき仮に真円を粗さ曲線とすれば、長軸方向でプラス（凸）、短軸方向でマイナス（凹）のオフセットを持ち正しい粗さ評価にならない。楕円ではこのような問題は発生しない。

第3に楕円の扁平率は穴の歪みを評価する新特性となる可能性がある。そしてこの扁平率の解析から加工メカニズムの解明が進む可能性がある。

欠点は次の2点である。第1に解析の難しさがある。真円度は真円度測定器で測定できるが、半距離和や楕円度、扁平率は解析者が計算する必要がある。また因果モデルも真円より複雑になる可能性がある。第2に半距離和や楕円度はJISやISOで規定されておらず保証特性ではない。自工程の技術情報に資するという点で仁科(2009)のいう技術特性となる。

本章では、RUMで加工したガラス穴について、穴の3特性を円と楕円に基づいて評価し、楕円の優位性を示し、そのうえで楕円を前提とした新しい評価特性としての扁平率を加え、RUMの加工メカニズムを解明する。

真円を前提とした加工形状の評価は最小二乗円を定義する。その中心と時計の3時の位置を結ぶ線分を基準角度 $\theta_1 = 0(\text{rad})$ とする。全周の測定点数を p として反時計回りに等間隔で k 番目の角度 $\theta_k = k(2\pi/p)$ ($k = 1, 2, \dots, p$) (rad)を定義する。

n 番目の加工条件で形成した穴の θ_k における半径 r_{nk} は、全周 p 個の測定点から求めた最小二乗円半径を平均半径 r_n とし、平均からの偏差を Δr_{nk} として式(4-1)となる。粗さ $RMSE_{rn}$ は n 番目の加工条件に対応する円の表面粗さとして式(4-2)で定義され、真円度 R_{rn} は式(4-3)となる。円の評価特性はこれら3つである。

$$r_{nk} = r_n + \Delta r_{nk} \quad (4-1)$$

$$RMSE_{rn} = \sqrt{(\sum_{k=1}^p \Delta r_{nk}^2)/p} \quad (4-2)$$

$$R_{rn} = \max_k \Delta r_{nk} - \min_k \Delta r_{nk} \quad (4-3)$$

次に、楕円を前提とした加工形状の評価を行う。 n 番目の加工条件で形成した穴の θ_k における測定点の x および y 座標は式(4-4)となる。

$$\begin{aligned} x_{nk} &= (r_n + \Delta r_{nk}) \cos \theta_k \\ y_{nk} &= (r_n + \Delta r_{nk}) \sin \theta_k \end{aligned} \quad (4-4)$$

全 p 個の測定点は楕円の周上付近にあると仮定する。これらの点を、分散共分散行列を出発行列とした主成分分析により第一主成分(z_{1n})と第二主成分(z_{2n})を軸とする直交座標に変換すれば、 z_{1n} が長軸方向、 z_{2n} が短軸方向となる。 z_{1n} と z_{2n} の固有値をそれぞれ λ_{1n} 、 λ_{2n} とし、 λ_{1n} に対応する固有ベクトル \mathbf{v}_{1n} の成分を(v_{1n1} 、 v_{1n2})とすると、(z_{1n} 、 z_{2n})座標系は(x 、 y)座標系を式(4-5)の偏角 φ_n だけ回転したことになる。

$$\varphi_n = \arctan \left(\frac{v_{1n2}}{v_{1n1}} \right) \quad (4-5)$$

回転後の測定点の座標を $P_{nk}(z_{1nk}, z_{2nk})$ とし、その様子を図 4-1 に示す。ここで、 $z'_{2nk} = z_{2nk} \times \sqrt{\lambda_{1n}/\lambda_{2n}}$ を定義すると、 $P'_{nk}(z_{1nk}, z'_{2nk})$ は想定する楕円の長軸を直径とする円周付近に存在する。そこで、この円の半径 a_n を最小二乗法で推定する。推定値は式(4-6)となる。短軸の 1/2 を b_n とすると式(4-7)となる。2 つの焦点 F_{1n} 、 F_{2n} の座標は式(4-8)となる。これら a_n 、 b_n 、 φ_n は非線形回帰により求めることも可能である。第 5 章でその事例を紹介する。

P_{nk} と2つの焦点 F_{1n} 、 F_{2n} との距離和の 1/2 は式(4-9)で計算され L_{nk} とする。その平均を L_n 、平均平方の平方根を $RMSE_{Ln}$ とすれば、それぞれ式(4-10)および式(4-11)と表すことになる。

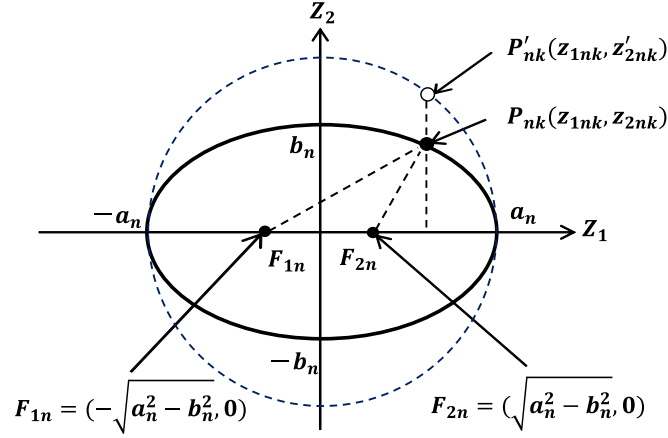


図 4-1 楕円とその焦点

さらに式(4-12)の R_{Ln} は真円度 R_m と同意であり本論文では楕円度と呼ぶ。平均半径は \bar{r}_n 、平均半距離和は \bar{L}_n とバーを表示することが一般的であるが、本論文では r_n 、 L_n と表示する。

L_n 、 $RMSE_{Ln}$ 、 R_{Ln} の3特性は円と対応し、楕円ではさらに扁平率 F_n を式(4-13)で定義する。扁平率が0のときは真円を表し、値が大きくなるほど歪んだ形状を表す。

$$a_n = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p \sqrt{z_{1nk}^2 + z_{2nk}'^2} \quad (4-6)$$

$$b_n = \sqrt{\frac{\lambda_{2n}}{\lambda_{1n}}} a_n \quad (4-7)$$

$$\begin{aligned} F_{1n} &= \left(-\sqrt{a_n^2 - b_n^2}, 0 \right) \\ F_{2n} &= \left(\sqrt{a_n^2 - b_n^2}, 0 \right) \end{aligned} \quad (4-8)$$

$$L_{nk} = (\overline{F_{1n}P_{nk}} + \overline{F_{2n}P_{nk}})/2$$

$$\overline{F_{1n}P_{nk}} = \sqrt{(z_{1nk} + \sqrt{a_n^2 - b_n^2})^2 + (z_{2nk})^2} \quad (4-9)$$

$$\overline{F_{2n}P_{nk}} = \sqrt{(z_{1nk} - \sqrt{a_n^2 - b_n^2})^2 + (z_{2nk})^2}$$

$$L_n = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p L_{nk} \quad (4-10)$$

$$RMSE_{Ln} = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^p (L_{nk} - L_n)^2 \right) / p} \quad (4-11)$$

$$R_{Ln} = \max_k L_{nk} - \min_k L_{nk} \quad (4-12)$$

$$F_n = 100 \left(\frac{a_n - b_n}{a_n} \right) \quad (4-13)$$

ここで、 L_n 、 $RMSE_{Ln}$ 、 R_{Ln} 、 F_n は実験 No. = n における特性値(測定値)であり、前述した加工因子 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)$ が影響する。そして本章では各特性を、加工因子の主効果、2 因子および 3 因子交互作用まで評価する。よって各特性の推定式は式(4-14)から式(4-17)までとなる。各式に含まれるパラメータ数は、定数項は 1、1 次項（主効果）は 4、2 因子交互作用は 6、3 因子交互作用は 4 であり合計 15 となる。これらパラメータを実験から推定する。尚以降は全て推定式、推定値を扱うためハット（ $\hat{}$ ）記号は省略する。

$$\hat{L}(\mathbf{x}) = a_{L0} + \sum_{i=1}^4 a_{Li} x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq 4} a_{Lij} x_i x_j + \sum_{1 \leq i < j < k \leq 4} a_{Lijk} x_i x_j x_k \quad (4-14)$$

$$\widehat{R_L}(\mathbf{x}) = a_{R0} + \sum_{i=1}^4 a_{Ri} x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq 4} a_{Rij} x_i x_j + \sum_{1 \leq i < j < k \leq 4} a_{Rijk} x_i x_j x_k \quad (4-15)$$

$$\widehat{RMSE_L}(\mathbf{x}) = a_{S0} + \sum_{i=1}^4 a_{Si} x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq 4} a_{Sij} x_i x_j + \sum_{1 \leq i < j < k \leq 4} a_{Sijk} x_i x_j x_k \quad (4-16)$$

$$\hat{F}(\mathbf{x}) = a_{F0} + \sum_{i=1}^4 a_{Fi} x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq 4} a_{Fij} x_i x_j + \sum_{1 \leq i < j < k \leq 4} a_{Fijk} x_i x_j x_k \quad (4-17)$$

4. 3 加工 4 因子の 2 水準完全実施要因計画

回転穴加工形状を、真円を前提とした特性 (r , $RMSE_r$, R_r) と、楕円を前提とした特性 (L , $RMSE_L$, R_L , F_L) で比較評価し、加工メカニズムを解明する。そのため、加工因子の x_1 から x_4 までの 4 因子について 2 水準の完全実施要因計画を検討した。各因子はその第 1 水準を -1、第 2 水準を 1 とする。全 16 回の実験計画を表 4-1 の左に、結果を右に示す。

得られた結果をグラフ化し、真円および楕円を前提とした特性値の相違を明らかにし、楕円を前提とした各特性の相関を考察する。さらに、4 因子の主効果と 2 因子交互作用、さらには 3 因子交互作用を分散分析により評価し、有意な因子を変数選択する。具体的な分析方法は 3 章と同様である。

そして選択された因子をもとに、各特性の重回帰モデルを作成し、RUM の加工メカニズム解明の端緒を得る。特に RUM において重要な超音波の効果が、 L , $RMSE_L$, R_L , F_L の加工特性にどのように影響しているかを考察する。

表 4-1 16 回の加工実験と円および楕円の評価特性

実験No n	加工因子				円の評価特性			楕円の評価特性			
	x_1	x_2	x_3	x_4	r	$RMSE_r$	R_r	L	$RMSE_L$	R_L	F
1	-1	-1	-1	-1	518.97	0.312	1.518	519.19	0.267	1.087	0.086
2	-1	-1	-1	1	513.16	0.584	2.740	513.24	0.581	2.796	0.033
3	-1	-1	1	-1	516.28	0.271	1.080	516.50	0.220	1.100	0.086
4	-1	-1	1	1	515.88	0.373	1.942	516.03	0.358	1.690	0.056
5	-1	1	-1	-1	515.93	0.359	1.584	516.31	0.238	0.978	0.145
6	-1	1	-1	1	513.16	0.340	1.532	513.35	0.310	1.245	0.075
7	-1	1	1	-1	516.58	0.253	1.166	516.71	0.236	1.125	0.048
8	-1	1	1	1	512.78	0.475	2.385	512.83	0.474	2.378	0.017
9	1	-1	-1	-1	514.32	0.274	1.484	514.35	0.273	1.484	0.013
10	1	-1	-1	1	513.58	0.653	2.784	514.00	0.521	2.610	0.222
11	1	-1	1	-1	514.26	0.170	0.864	514.37	0.149	0.756	0.043
12	1	-1	1	1	513.34	0.566	2.336	513.76	0.481	1.949	0.162
13	1	1	-1	-1	514.57	0.187	0.723	514.70	0.163	0.717	0.051
14	1	1	-1	1	528.44	0.108	0.457	528.52	0.089	0.344	0.032
15	1	1	1	-1	514.14	0.120	0.631	514.18	0.117	0.625	0.016
16	1	1	1	1	522.51	0.256	1.163	522.58	0.252	1.043	0.025

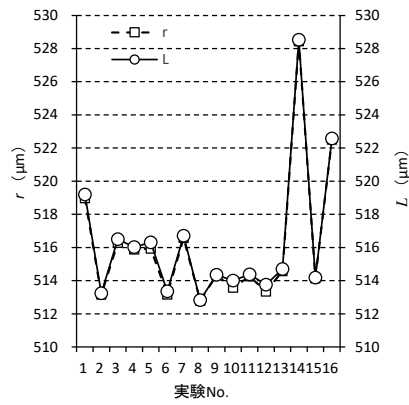


図 4-2 実験 No.と r および L の関係

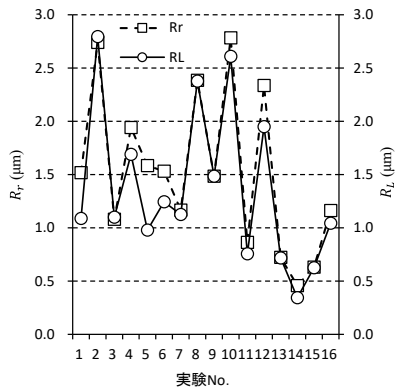


図 4-3 実験 No.と R_r および R_L の関係

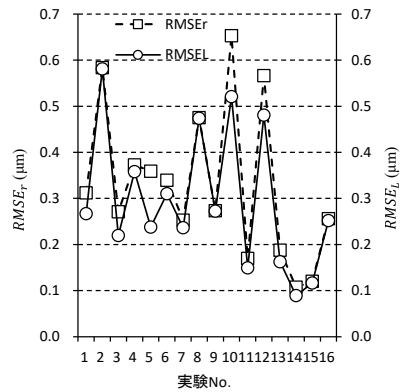


図 4-4 実験 No.と $RMSE_r$ および $RMSE_L$ の関係

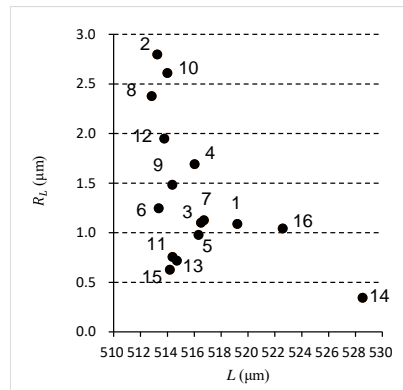


図 4-5 L と R_L の散布図

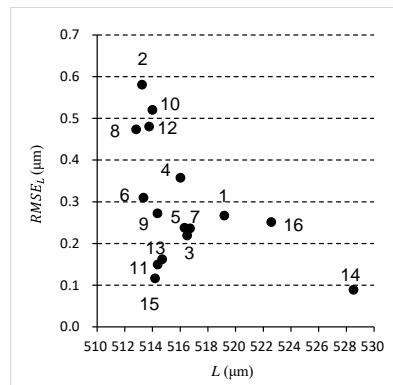


図 4-6 L と $RMSE_L$ の散布図

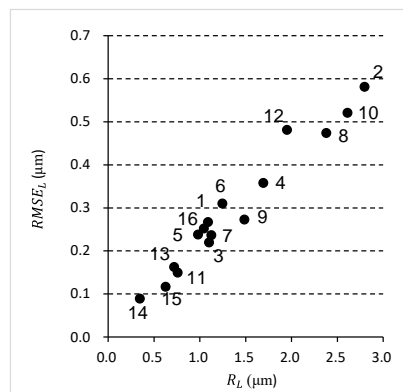


図 4-7 R_L と $RMSE_L$ の散布図

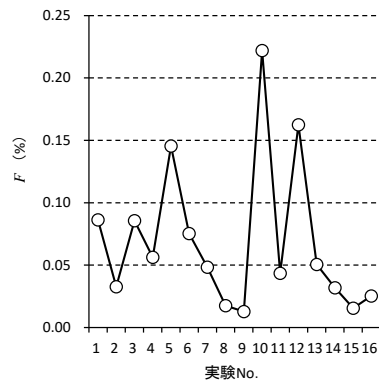


図 4-8 実験 No.と F の関係

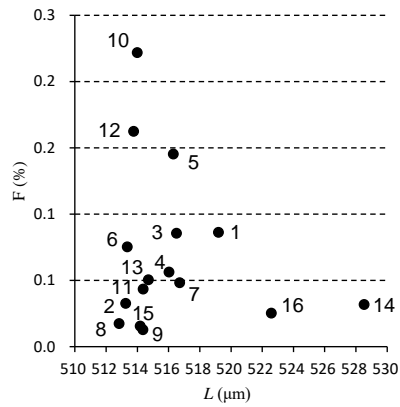


図 4-9 L と F の散布図

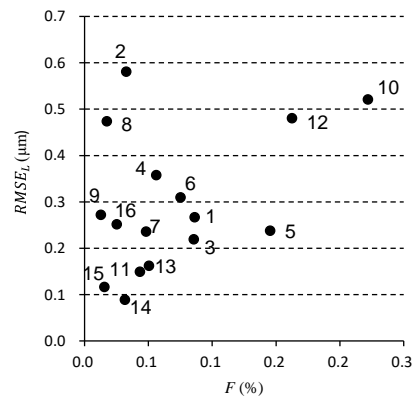


図 4-10 F と $RMSE_L$ の散布図

4. 4 結果と考察

表 4-1 右に表示された値は、穴内部形状を転写したレプリカの非接触測定結果である。説明を簡便にするため表中の単位は省略している。実験 No. (以後 No.)ごとに加工因子の条件と円の評価特性(r , $RMSE_r$, R_r)および楕円の評価特性(L , $RMSE_L$, R_L , F)が示されている。

まず円と楕円の評価特性を比較する。図 4-2 は穴の大きさを評価するため実験 No.ごとの r と L を示している。両者は全実験でほぼ一致し、穴の大きさはどちらの評価でも同じ結果となる。No.1, 14, 16 は穴が拡大し $r, L > 519$ であるが、それ以外は $513 < r, L < 517$ で安定している。加工ツールの半径は 500 であり、穴はツール半径の約 3%拡大している。

図 4-3 は穴の歪みを評価するため、No.ごとの R_r と R_L を表示している。No. 2, 8, 10, 12 は R_r , $R_L > 1.9$ 以上であり他と比較して歪みが大きい。

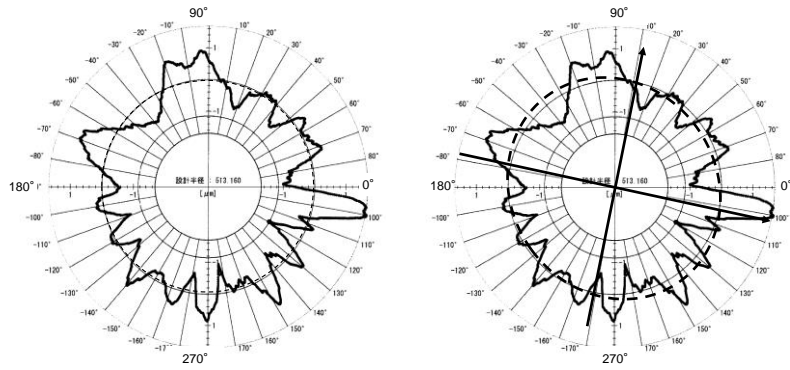
図 4-4 は穴の内面粗さを評価するため、No.ごとの $RMSE_r$ と $RMSE_L$ を示したものである。これは歪みとほぼ同様の傾向がある。さらに図 4-3 と図 4-4 の共通点は、No.5, 10, 12 では真円を前提とした特性(R_r , $RMSE_r$)より楕円を前提とした特性(R_L , $RMSE_L$)が 20~30%小さいことである。これは、前述した楕円を前提にする第 2 の利点である。以上の考察から、今後は楕円を前提とした L , R_L , $RMSE_L$ を評価指標として解析を行う。

穴の 3 特性に関して L , R_L , $RMSE_L$ を相互に関連付けて解析する。図 4-5 は L と R_L , 図 4-6 は L と $RMSE_L$ の散布図である。これらから穴の大きさと穴の歪み、あるいは穴の大きさと粗さは反比例に近い関係がある。

図 4-7 は R_L と $RMSE_L$ の散布図である。この図から両者は比例関係にある。しかし加工技術の視点から、歪みが小さく粗さが粗い、または歪みが大きく粗さが小さい状況もあり得る。

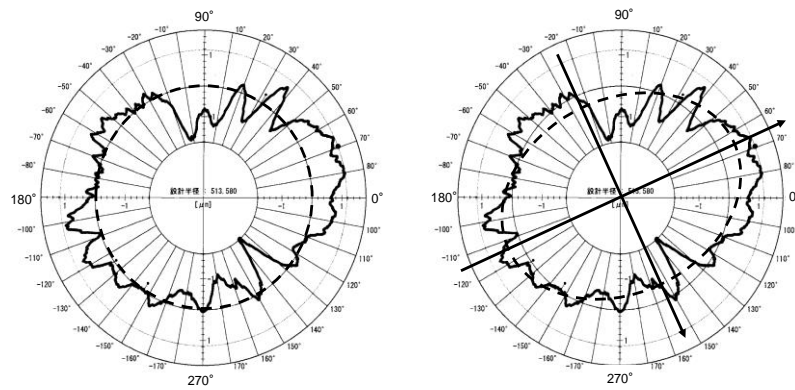
そこで新たな歪みの指標として扁平率 F を評価する。 F を No.ごとに示したものが図 4-8 である。また L と F , F と $RMSE_L$ の散布図をそれぞれ図 4-9、図 4-10 に示す。最も特徴的なことは、図 4-5 および図 4-7 に示された No.2 と No.10 の楕円度 R_L はほぼ同じであるが、図 4-9 および図 4-10 に示された扁平率 F は大きく異なることである。

その理由を No.2 と No.10 の測定結果である図 4-11 および図 4-12 で説明する。No.2 (図 4-11)では 3 時の位置に大きな凸形状(クラック)がある。このため楕円度 R_L は 2.796 と大きな値となるが、全体は真円に近いので扁平率 F は 0.033 と小さい。



(a) 元データ (b) 楕円を追記 (真円に近い)

図 4-11 実験 No.2 レプリカの外周測定結果



(a) 元データ (b) 楕円を追記 (真円から乖離)

図 4-12 実験 No.10 レプリカの外周測定結果

一方、No.10 は断面形状そのものが楕円に近く R_L (2.610) も F (0.222) も大きな値となる。形状が楕円となる原因の 1 つに、加工条件によっては加工ツールがある特定方向に振れ、その方向が拡大し長軸となる可能性がある。以上の理由から図 4-7 と図 4-10 は大きく異なる。そして加工メカニズムの解明を目的とすると、 F による歪みの評価は有効である。

ここまでは L , R_L , $RMSE_L$, F の散布図を考察した。ここからは、各特性の実験データを分散分析し、変数選択を行い穴加工形状の回帰モデルを作成した。変数選択は自由度調整済み寄与率で行いその基準は 0.03 とした。詳細は小川・高橋 (2017b) に準拠した。 L の分散分析表について、変数選択前を付録IV、選択後を表 4-2 に示す。変数選択後に得られた L の回帰モデルを式(4-18)に、 R_L , $RMSE_L$, F のモデルをそれぞれ式(4-19)から式(4-21)に示す。

表 4-2 変数選択後の L の分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	p 値
x_1	9.47	1	9.47	0.124
x_2	19.63	1	19.63	0.038
x_4	3.99	1	3.99	0.296
x_1x_2	53.56	1	53.56	0.004
x_1x_4	74.43	1	74.43	0.001
x_2x_4	32.44	1	32.44	0.013
$x_1x_2x_4$	34.80	1	34.80	0.011
モデル	128.32	7	18.33	
誤差	25.57	8	3.20	
合計	153.89	15		

$$\begin{aligned}
 L(\mathbf{x}) = & 516.29 \\
 & + 0.77x_1 + 1.11x_2 - 0.50x_4 \\
 & + 1.83x_1x_2 + 2.16x_1x_4 + 1.42x_2x_4 + 1.47x_1x_2x_4
 \end{aligned} \tag{4-18}$$

$$\begin{aligned}
 R_L(\mathbf{x}) = & 1.370 \\
 & - 0.179x_1 - 0.314x_2 - 0.037x_3 + 0.386x_4 - 0.195x_1x_2 + 0.273x_2x_3 \\
 & - 0.191x_2x_4 + 0.045x_3x_4 + 0.177x_2x_3x_4
 \end{aligned} \tag{4-19}$$

$$\begin{aligned}
 RMSE_L(\mathbf{x}) = & 0.296 \\
 & - 0.040x_1 - 0.061x_2 - 0.010x_3 + 0.088x_4 \\
 & - 0.040x_1x_2 + 0.045x_2x_3 - 0.041x_2x_4
 \end{aligned} \tag{4-20}$$

$$\begin{aligned}
 F(\mathbf{x}) = & 0.0694 + 0.0011x_1 - 0.0183x_2 - 0.0128x_3 + 0.0084x_4 \\
 & - 0.0213x_1x_2 + 0.0314x_1x_4 - 0.0119x_2x_3 - 0.0223x_2x_4 \\
 & - 0.0200x_1x_2x_4
 \end{aligned} \tag{4-21}$$

式(4-18)は式(4-19)および式(4-20)と係数符号が逆転し、式(4-19)と式(4-20)は係数符号がほぼ一致している。これは図 4-5、図 4-6、図 4-7 の散布図から考察される相関関係に合致している。また RUM の重要な因子である超音波の主効果 x_3 は自由度調整済み寄与率が 0.03 未満であるため式(4-18)には含まれない。式(4-19)、式(4-20)では回転速度 x_2 との交互作用 x_2x_3 が有意であるため選択されている。

L 、 R_L 、 $RMSE_L$ の 3 特性において主効果 x_3 の影響が小さい理由は、 x_3 の振動方向に関係している。 x_3 は加工ツールが軸（上下）方向に振動するエネルギーであるが、3 特性は軸と直角のガラス平面内の特性である。そのため x_3 はこれらガラス平面内の特性に影響しない。しかし水平回転する x_2 との交互作用 x_2x_3 はガラス平面内の R_L に大きな影響を与えている。

一方、扁平率 F の推定式(4-21)において、主効果 x_3 が有意でその係数がマイナスである。これは x_3 が大きいほど加工ツール先端がガラス表面を強く破砕し、その結果ツールの軸ブレが少なく扁平率の小さな穴が開くためである。

以上より、楕円に基づき扁平率を加えた 4 特性で加工形状を評価した。その結果 RUM の加工メカニズムの一部が解明されたことで、楕円に基づく加工形状の評価は真円より優れていることを示した。

4. 5 本章のまとめ

RUM による穴加工実験から、穴の大きさ、歪み、粗さの 3 特性を評価した。楕円を前提として歪みと粗さを評価すると真円を前提とするより精度がよいことを図 4-3 および図 4-4 の考察において示した。さらに楕円の扁平率を評価に加えれば、歪みの原因がクラックであるか、加工ツールの不安定性であるかを識別できることを示した。そして後者の場合は超音波出力と回転速度の主効果、交互作用が加工に影響していることを示した。以上より楕円に基づく回転穴加工形状の評価の有効性を示した。

第5章 工法と工具を含めた回転研削穴加工の楕円に基づく3次元形状評価

5.1 本章の目的

本章では、加工3因子に加えて、工法であるツールの送りモードと工具である加工ツールの粒度を含めた5つの加工因子により穴加工の3次元形状評価の統計モデルを定義する。その後、加工3因子を内側に、工法と工具の2因子を外側に配置した直積実験により得られたデータから形状と性状の統計モデルを構築し、考察を行うことで加工形状を評価することを目的とする。

本章の具体的な研究方法は次のとおりである。初めに3次元形状評価の統計モデルを定義する。次に工法と工具の2因子を外側に、加工3因子を内側に配置した直積実験を計画する。これにより各因子の主効果、交互作用、さらには外側と内側の2因子交互作用の評価が可能となる。その後、計画した加工条件に従ってガラス穴加工を行いレプリカ法により穴内部を間接測定する。このとき加工条件に応じて、穴断面は歪むと仮定して断面形状は真円ではなく楕円とする。深さ方向はテーパ形状になると想定し、1次式でモデル化する。最後に、得られた測定データから楕円に基づく加工形状のモデルを作成し、これを総合的に解析して3次元加工形状を評価し加工メカニズム解明の端緒を得る。

5.2 3次元形状評価の統計モデル

加工形状の評価特性は、穴の拡大量(enlargement quantity; L)、表面粗さ(Roughness; R)、後述する楕円の扁平率(Flattening; F)および偏角(Deflection angle; Φ)の4特性とする。その導出は以下となる。

実験 No.を n ($n=1, 2, \dots, N$, N は全実験数) とし、その実験条件で形成した穴のレプリカのある断面外周を測定座標系 ($X_m - Y_m$ 座標系) で測定し、測定点の位置を $P_{nk}(u_{nk}, v_{nk})$ ($k=1, 2, \dots, p$, p は測定点数) とする。また断面形状として想定した楕円の中心点 C を $C_n(u_{n0}, v_{n0})$ とする。次に C を解析座標系 ($X-Y$ 座標系) の中心とし、 C を中心に楕円を偏角 φ_n 回転させて2つの焦点 F_{1n}, F_{2n} を X 軸上の焦点を F_{1n}^*, F_{2n}^* に移動させる。楕円の長半径と短半径をそれぞれ a_n, b_n とし、概要を図 5-1 に示す。穴のレプリカの概要を図 5-2 に示す。

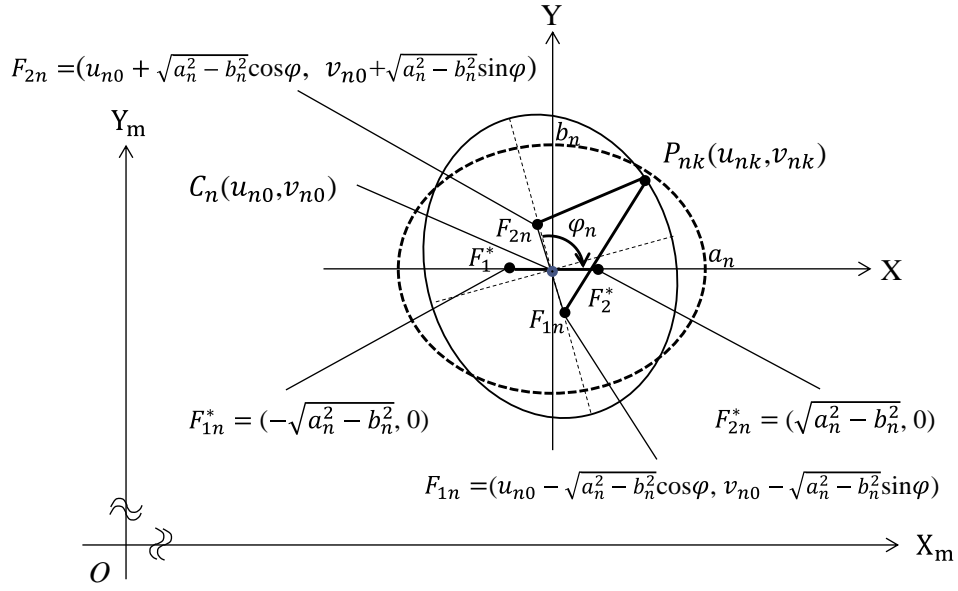


図 5-1 2つの座標系と楕円の焦点

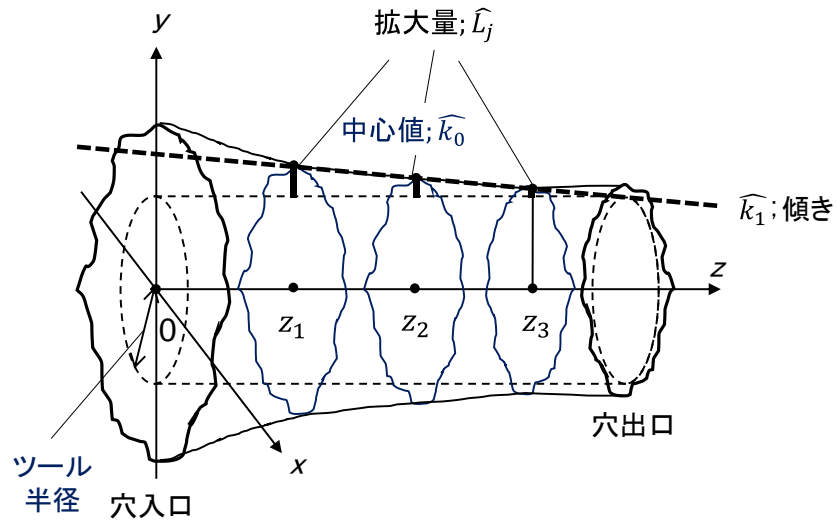


図 5-2 穴内部を転写したレプリカとその測定点

2 焦点 F_{1n}, F_{2n} と測定点 P_{nk} との距離和の 1/2 は真円における半径に相当し、4 章では半距離和 L_{nk} として式(4-9)で示した。5 章では半距離和を $S_{nk} = (\overline{F_{1n}P_{nk}} + \overline{F_{2n}P_{nk}})/2$ とし、後述する穴の拡大量を L_n とする。また $\overline{F_{1n}P_{nk}} = \sqrt{A_{nk}^2 + B_{nk}^2}$ 、 $\overline{F_{2n}P_{nk}} = \sqrt{C_{nk}^2 + D_{nk}^2}$ とすると $A_{nk}, B_{nk}, C_{nk}, D_{nk}$ はそれぞれ式(5-1)から式(5-4)となる。

$$A_{nk} = u_{n0} - u_{nk} + \sqrt{a_n^2 - b_n^2} \cos \varphi_n \quad (5-1)$$

$$B_{nk} = v_{n0} - v_{nk} + \sqrt{a_n^2 - b_n^2} \sin \varphi_n \quad (5-2)$$

$$C_{nk} = u_{n0} - u_{nk} - \sqrt{a_n^2 - b_n^2} \cos \varphi_n \quad (5-3)$$

$$D_{nk} = v_{n0} - v_{nk} - \sqrt{a_n^2 - b_n^2} \sin \varphi_n \quad (5-4)$$

P_{nk} が楕円の外周付近にあれば $u_{n0}, v_{n0}, a_n, b_n, \varphi_n$ の5パラメータは式(5-5)を解くことで求まる。本論文では統計解析ソフト JMP の非線形回帰を利用して求めた。制約条件は後述するツール T の半径 (r_T) と許容される穴の最大拡大量 (L_{max}) となる。

$$\begin{aligned} &\text{Minimize} \quad \sum_{k=1}^p (S_{nk} - a_n)^2 \\ &\text{subject to} \quad r_T \leq b_n \leq a_n \leq r_T + L_{max} \end{aligned} \quad (5-5)$$

穴の拡大量 L_n は a_n から r_T を引いた値であり式(5-6)となる。表面粗さ R と扁平率 F はそれぞれ式(5-7)と式(5-8)で定義する。

$$L_n = a_n - r_T \quad (5-6)$$

$$R_n = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^p (S_{nk} - a_n)^2 \right) / p} \quad (5-7)$$

$$F_n = (a_n - b_n) \times 100 / a_n \quad (5-8)$$

レプリカの概要を示した図 5-2 において、 $z = 0$ が加工時の穴入口であり z 軸は穴出口方向がプラスである。3次元形状を評価するため z_j ($j = 1, 2, 3$) の3点における外周を測定し、各点での4特性値 L 、 R 、 F 、 Φ を算出する。そして3点の特性変化を評価(予測)するモデル

式を式(5-9)から式(5-12)で定義する。予測式を示す $\hat{}$ (ハット) は以後省略する。 k_0 、 r_0 、 f_0 、 φ_0 は z_2 における特性 (中心値) の推定値であり、 k_1 、 r_1 、 f_1 、 φ_1 は変化の方向と大きさを表す特性 (変化率) の推定値である。

$$\hat{L}_{nj} = k_0 + k_1(z_j - z_2) \quad (5-9)$$

$$\hat{R}_{nj} = r_0 + r_1(z_j - z_2) \quad (5-10)$$

$$\hat{F}_{nj} = f_0 + f_1(z_j - z_2) \quad (5-11)$$

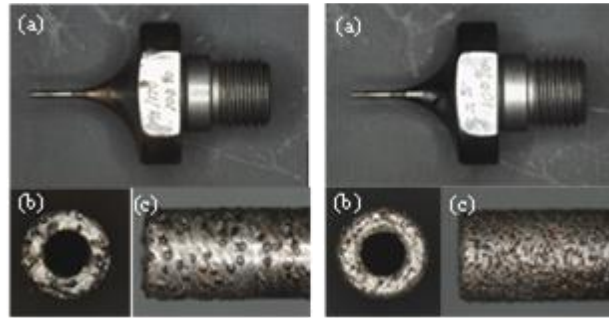
$$\hat{\Phi}_{nj} = \varphi_0 + \varphi_1(z_j - z_2) \quad (5-12)$$

5. 3 工法と工具の2因子 (外側) および加工3因子 (内側) の直積実験計画

本研究では、 k_0 、 r_0 、 f_0 、 φ_0 、 k_1 、 r_1 、 f_1 、 φ_1 の8特性を実験データから推定する。このとき工法と工具が加工3因子から受ける作用を調査することが重要である。そのための実験計画および測定結果を L について表5.1に示す。 R 、 F 、 Φ についても同様である。

まず採用した工法 (モード) について述べる。本研究ではツールを送るモードとして、StepモードとOne-wayの2つを評価する。モードは加工品質に影響するだけでなく、生産性にも影響するため技術的かつ経営的に重要な因子である。その詳細は3.2節に示したため、本節では割愛する。

次に使用した工具 (ツール) について述べる。使用した2本のツールの写真を図5-3に示す。その外径をマイクロスコープ (キーエンス製: VR-3200) で測定した結果を図5-4に示す。ツール先端は細く、先端から上部にかけて外径が拡大し、テーパ状になっている。このツールで穴加工を行うとき、穴の大きさはツールの最大外径に削り代を加えたものになる。すなわちツールの最大外径値が重要となる。図5-4よりツールの最大外径値は、ツール#1(T_1)が498.8 μm 、ツール#2(T_2)が501.5 μm であった。また表面にコートされた砥粒の粒度はJIS B 4130の規定に従って測定されたものを使用している。



(a) T_1 (b) T_2

図 5-3 加工に使用したツール

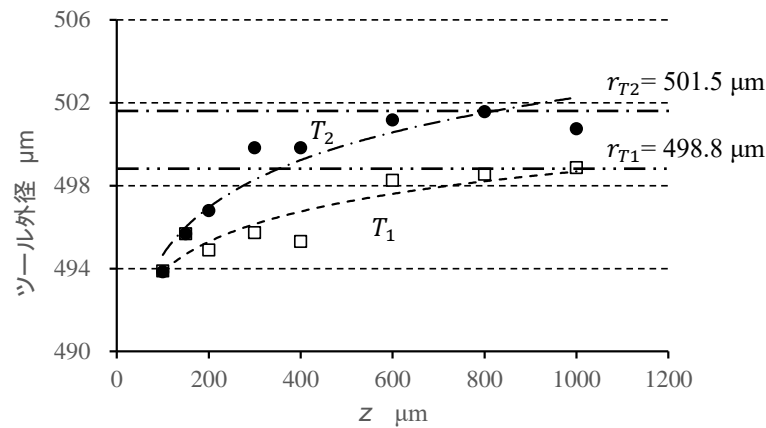


図 5-4 ツール外径の測定値

工法と工具が加工 3 因子との間で働く交互作用を重視して評価するために直積実験を採用する。直積実験とは、評価する因子を内側と外側に配置し、両側に配置された因子の交互作用を全て評価するための実験計画法である。その詳細は、例えば宮川 (2000) に記述があり、Schoemaker et al. (1991) には直積実験の大きさについて考察がある。

ここで表 5-1 において、ツールの送り速度 x_1 、回転速度 x_2 、超音波出力 x_3 の加工 3 因子は内側に配置され、-1 と 1 の 2 水準の条件を組み合わせると $2^3 = 8$ 回の Run が左側 (内側) にある。一方ツール T とモード M もそれぞれ 2 水準として $2^2 = 4$ 通りの組合せが上側 (外側) にある。このように内側と外側に因子を配置し交互作用を評価する。全実験回数は $8 \times 4 = 32$ 回である。本研究では内側 \times 外側で $2^3 \times 2^2 = 2^5$ であり 5 因子 2 水準の完全実施要因計画、あるいは $L_{32}(2^{31})$ 直交計画でも実行可能である。 $L_{32}(2^{31})$ 直交計画表を付録Vに示す。

表 5-1 L についての実験計画と結果

Run No.	x_1	x_2	x_3	T_1			T_2			M_1			M_2		
				z_1	z_2	z_3	z_1	z_2	z_3	z_1	z_2	z_3	z_1	z_2	z_3
1	-1	-1	-1	20.9	20.4	15.0	18.1	14.4	12.0	14.8	13.2	13.4	13.9	11.9	11.5
2	-1	-1	1	20.0	17.7	13.6	18.5	17.2	12.0	14.7	13.6	12.9	12.5	12.5	12.9
3	-1	1	-1	18.4	17.5	15.3	17.2	13.9	10.0	13.7	13.4	12.8	15.0	14.5	13.9
4	-1	1	1	23.5	17.9	13.4	16.9	14.0	11.1	13.0	12.0	10.9	10.6	11.2	12.0
5	1	-1	-1	17.1	15.6	11.8	17.9	15.5	11.8	12.0	13.0	10.8	10.2	10.7	10.7
6	1	-1	1	17.4	15.6	12.4	17.4	14.9	11.1	11.7	10.8	11.2	10.8	10.7	11.0
7	1	1	-1	17.8	15.9	12.1	31.6	29.7	27.9	12.7	12.0	12.7	11.1	11.2	11.0
8	1	1	1	18.5	15.4	12.4	26.0	23.8	23.5	14.3	12.6	13.3	10.0	10.3	10.3

表 5-1 の直積実験から最小二乗法で 32 個の k_0 と k_1 が推定され、全 32 本の回帰直線が得られる。そして推定値である k_0 と k_1 を測定値とみなして解析する。直積実験の内側から主効果 x_1 、 x_2 、 x_3 と 2 因子交互作用 x_1x_2 、 x_1x_3 、 x_2x_3 、外側から主効果 T 、 M と 2 因子交互作用 TM 、さらに内側と外側の交互作用もモデルに加える。 k_0 を例にモデル構造を示すと式(5-13)となる。 $A_{k_0}^{(0)}$ は全平均であり全パラメータ数は 28 である。これらのパラメータを最小 2 乗法で推定し、分散分析により有意な主効果と交互作用を特定し変数選択して、 k_0 についての加工メカニズムを考察する。最小 2 乗法による推定は付録VIに示す。

$$\begin{aligned}
k_0(x; T, M) = & A_{k_0}^{(0)} + \sum_{i=1}^3 B_{k_0i}^{(0)} x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq 3}^3 C_{k_0ij}^{(0)} x_i x_j \\
& + \left(A_{k_0}^{(1)} + \sum_{i=1}^3 B_{k_0i}^{(1)} x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq 3}^3 C_{k_0ij}^{(1)} x_i x_j \right) T \\
& + \left(A_{k_0}^{(2)} + \sum_{i=1}^3 B_{k_0i}^{(2)} x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq 3}^3 C_{k_0ij}^{(2)} x_i x_j \right) M \\
& + \left(A_{k_0}^{(3)} + \sum_{i=1}^3 B_{k_0i}^{(3)} x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq 3}^3 C_{k_0ij}^{(3)} x_i x_j \right) TM
\end{aligned} \tag{5-13}$$

ここで評価する加工 3 因子 x_1 、 x_2 、 x_3 とツール T 、モード M の水準を表 5-2 に示す。因子効果の確認が目的であるため因子の水準は 2 水準とする。ツールの送り速度 x_1 は対象工程では 0.7~1.0 mm/m で設定されることが多く、本実験でもその範囲に設定する。ツールの

回転速度 x_2 は 3000rpm に設定されることが多い。加工能力向上のため 4000rpm を水準 1 に設定する。超音波出力 x_3 は 50%に設定されることが多い。本論文では超音波の効果を確認するため 38%と 62%に設定する。 x_1 、 x_2 、 x_3 は全て量的な連続変数である。

T は使用したツールの研削砥粒の粒度を表す質的変数である。そして粒度#140~#170 のツール T_1 では $T=1$ 、粒度#325~#400 のツール T_2 では $T=-1$ の値をとるダミー変数とする。粒度#140~#170 の平均粒径は 105 μm 、粒度#325~#400 の平均粒径は 44 μm である。一般に粒径が大きければ研削力は高くなるが加工面の粗さは粗くなり、粒径が小さければその逆となる。

M は加工中のツールの送りモードで質的変数である。そして Step モード(M_1)では $M=1$ 、One-way モード(M_2)では $M=-1$ の値をとるダミー変数とする。前述のように、モードが RUM に与える影響として、ガラススラッジおよび研削熱の排出、ツール送りの揺れがある。

T と M はその主効果と交互作用に加えて、他因子との交互作用が重要である。例えば所与の T と M に x_1 、 x_2 、 x_3 のある条件を組合せれば、加工形状が改善または悪化する可能性がある。表 5-1 に示したように、 T と M の 2 因子を外側に、 x_1 、 x_2 、 x_3 を内側に配置した直積実験を計画した理由はこの交互作用を確実に評価するためである。2 水準の 5 因子全てを組合せた $2^5=32$ 回の全部実施要因計画でも同様の解析は可能である。

表 5-2 評価対象の 5 因子

因子	量/質	単位	水準	
			-1	1
x_1 送り速度	量	mm/m	0.7	1.0
x_2 回転速度	量	rpm	3000	4000
x_3 超音波出力	量	%	38	62
T 粒度	質	—	325/400	140/170
M 送りモード	質	—	One-way	Step

5. 4 結果と考察

L についての実験結果は表 5-1 に掲載済みで、概要も説明済みのため割愛する。 R 、 F 、 Φ についても同様の結果が得られている。これらのデータをツール水準ごとにグラフ化しモードによる層別をして、縦軸は各特性、横軸は穴入口からの距離 z で示したものが図 5-5 から図 5-8 である。各グラフは 2 次元だが、歪みの大きさ F と偏角 Φ との情報を総合すれば 3 次元的な考察も可能である。

まず L について、 T_1 および T_2 ごとに z との関係を図 5-5 に示す。 T_1 では入口から出口にかけて L の変化が大きくテーパ形状である。さらに Run No.7 における $(x_1, x_2, x_3, T, M)=(1, 1, -1, 1, -1)$ の実験条件では、 L が非常に大きく、外れ値の可能性がある。また Run No.8 における $(x_1, x_2, x_3, T, M)=(1, 1, 1, 1, -1)$ の条件でも、他と比較して L が大きい。この 2 つの実験条件は考察する必要がある。

一方 T_2 では全てのデータが $10.0 \leq L \leq 15.0$ であり、ほぼ水平である。これは各実験条件において穴入口から出口に向かってツールが直進していることを示している。特性 L に関しては T_1 と T_2 の違いが明確でツールの主効果が顕著である。

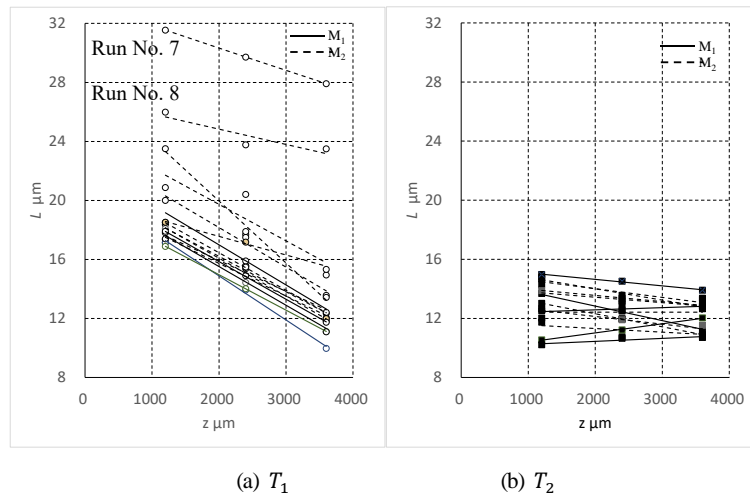
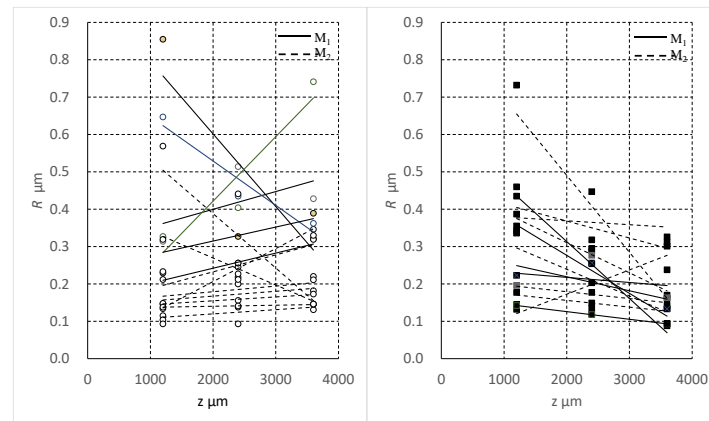


図 5-5 L の測定結果

次に R についての結果を図 5-6 に示す。 T_1 、 T_2 に共通して入口から出口にかけて R の変化（直線の傾き）がプラスのものとマイナスのものがある。これらはモード M および加工 3 因子 x_1 、 x_2 、 x_3 との交互作用が影響している。またデータに外れ値や異常値が含まれる可能性もある。分散分析を行い、交互作用を特定し、さらに他特性と関連付けて考察する必要がある。

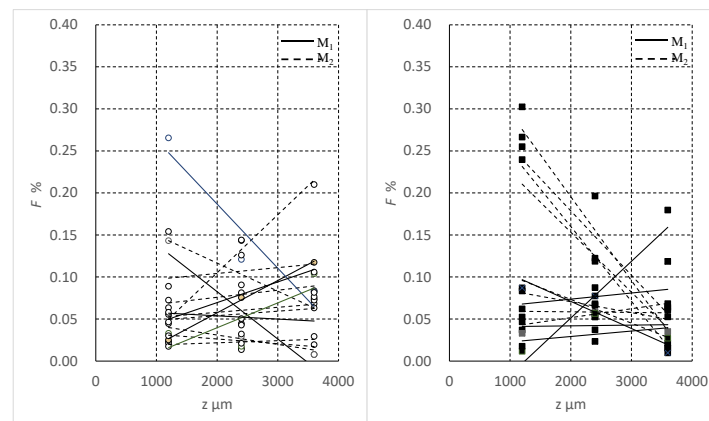
続いて F についての結果を図 5-7 に示す。全ての値は $0.0\% < F \leq 0.3\%$ であり、扁平率は小さく加工形状は真円に近い。 R と同様に F の変化（直線の傾き）の大小、正負がある。モード M および加工 3 因子 x_1 、 x_2 、 x_3 との交互作用、他特性との相関を解析する必要がある。



(a) T_1

(b) T_2

図 5-6 R の測定結果



(a) T_1

(b) T_2

図 5-7 F の測定結果

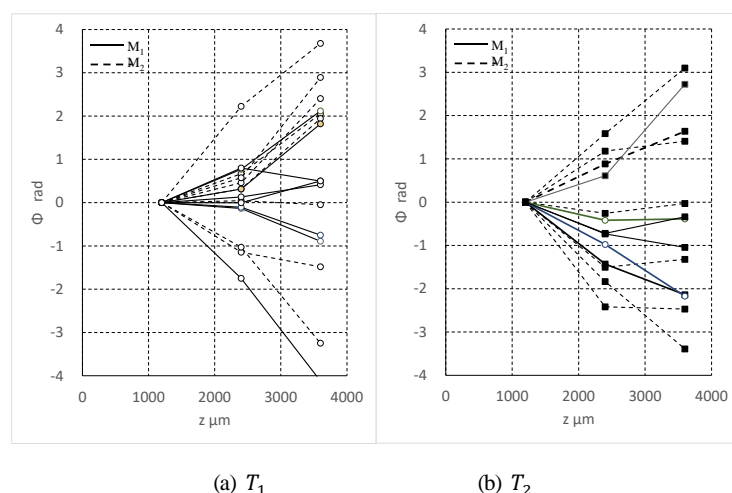


図 5-8 Φ の測定結果

最後に Φ についての結果を図 5-8 に示す。 Φ は $z_1=1200$ における偏角を基準にしているため $z_1=1200$ で $\Phi=0$ である。また、 Φ の正負は長軸の変化の方向（右回り、左回り）を示すものである。そして Φ はツールの回転速度を含む加工 3 因子 x_1 、 x_2 、 x_3 やツール T 、モード M との関係が想定される。

図 5-8 において、 T_1 では $z=1200$ と $z=2400$ の間で変化が小さく、 $z=2400$ と $z=3600$ の間で変化が大きくなるものが多い。一方 T_2 では $z=1200$ と $z=3600$ の間で一定に変化し、その後も同様に変化しているものが多い。 Φ はツールの影響を受けている可能性もあるが、詳細は統計的に解析する。

L 、 R 、 F 、 Φ の 4 特性で式(5-9)から式(5-12)に示された、 k_0 、 r_0 、 f_0 、 φ_0 、 k_1 、 r_1 、 f_1 、 φ_1 の 8 つのパラメータについて、 x_1 、 x_2 、 x_3 、 T 、 M の 5 因子の主効果、交互作用を分散分析し、 p 値が 0.05 以下の要因を選択した。分析は前述の JMP で行った。その結果を表 5-3 から表 5-9 に示す。寄与率 R^2 は自由度調整済み寄与率とした。 φ_1 については有意な因子がないため表示していない。

交互作用が有意の場合、その元となる主効果は p 値にかかわらず選択する原則がある (Hamada and Wu, 1992)。しかし本研究では、できるだけ単純なモデルで加工メカニズムを解明する。そのため、交互作用が有意 (p 値が 0.05 以下) であるとき、その主効果の p 値が 0.25 以上であれば、主効果は有意でないと判断して選択していない。

表 5-3 k_0 の分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	P 値	R^2
x_2	16.3	1	16.3	4.1	0.05	2.5
x_1x_2	34.4	1	34.4	7.7	0.01	6.2
T	193.5	1	193.6	43.3	<.0001	38.7
Tx_1	22.2	1	22.2	5.0	0.04	3.7
Tx_1x_2	19.1	1	19.1	4.3	0.05	3.1
Mx_1	30.9	1	30.9	6.9	0.01	5.5
TMx_1	50.4	1	50.4	11.3	0.00	9.5
TMx_1x_2	32.2	1	32.2	7.2	0.01	5.8
モデル	399.0	8	49.9	12.5	<.0001	75.0
誤差	90.8	23	4.0	—	—	25.0
合計	489.8	31	—	—	—	100.0

まず k_0 については T の主効果が最も大きく、寄与率も 38.7%である。これは前節のグラフによる解析結果と一致する。また x_2 の主効果も有意であり、交互作用 x_1x_2 も有意である。このとき主効果 x_1 の p 値は 0.81 であるため、有意ではないと判断しモデルに採用しない。また x_3 は、主効果の p 値が 0.42、関係する交互作用の p 値は全て 0.3 以上である。穴の拡大量に関して超音波 x_3 の主効果と交互作用は有意でない。交互作用には全て x_1 が関与しており x_1 、 T 、 M の3因子が重要である。選択された要因についてはモデルの偏回帰係数を推定し、モデル式を構築する。

k_1 についても T の主効果が最大で寄与率も 76.7%である。これは図 5-5 において T_1 と T_2 では傾きが異なることに対応する。 k_0 と比較し x_1 、 T 、 M の3因子が重要であることは同じだが、 x_3 と M との交互作用が有意である点が異なる。 k_0 、 k_1 ともにモデルの寄与率が 70%を超えており、穴の拡大量 L についての加工メカニズムを考察するうえで鍵となる加工因子が特定できた。

表 5-4 k_1 の分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	P 値	R^2
x_1	1.48E-06	1	1.48E-06	6.7	0.02	2.7
T	3.66E-05	1	3.66E-05	166.1	<.0001	76.8
Mx_3	1.55E-06	1	1.55E-06	7.0	0.01	2.8
Mx_1x_3	1.05E-06	1	1.05E-06	4.8	0.04	1.8
Mx_2x_3	9.60E-07	1	9.60E-07	4.4	0.05	1.6
モデル	4.16E-05	5	8.32E-06	37.8	<.0001	85.6
誤差	5.72E-06	26	2.20E-07	—	—	14.4
合計	4.73E-05	31	—	—	—	100.0

r_0 については x_1 の主効果が有意である。また TM の交互作用が有意でかつ寄与率も 28.9%と最大である。そして x_1 、 T 、 M の3因子が重要で、それら効果の寄与率合計は 70%を超えている。これは k_0 、 k_1 と同様である。さらに Tx_3 すなわち超音波はツールとの交互作用が有意であり、使用するツールによって超音波の出力を最適化する必要がある。

表 5-5 r_0 の分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	P 値	R^2
x_1	0.0301	1	0.0301	9.0	0.01	6.2
T	0.0291	1	0.0291	8.7	0.01	6.0
Tx_1	0.0952	1	0.0952	28.4	<.0001	21.4
Tx_3	0.0159	1	0.0159	4.8	0.04	2.9
Mx_1	0.0476	1	0.0476	14.2	0.00	10.3
TM	0.1271	1	0.1271	37.9	<.0001	28.9
モデル	0.345	6	0.0575	17.2	<.0001	75.8
誤差	0.0838	25	0.0034	—	—	24.2
合計	0.4288	31	—	—	—	100.0

表 5-6 r_1 の分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	P 値	R^2
x_2x_3	5.35E-08	1	5.35E-08	5.6	0.02	13.0
モデル	5.35E-08	1	5.35E-08	5.6	0.02	13.0
誤差	1.79E-07	30	5.67E-09	—	—	87.0
合計	2.33E-07	31	—	—	—	100.0

r_1 については x_2x_3 の交互作用が有意である。粗さの変化率は回転と超音波の交互作用を受けており、 x_2x_3 の寄与率は13%である。また他に有意な効果はなく k_0 、 k_1 、 r_0 とは分析結果の傾向が異なる。粗さ R についての加工メカニズムもこれらのモデルから考察する。

f_0 については有意な主効果はない。楕円の扁平率すなわち穴形状の歪みは単一の加工因子で決定されない。一方、有意な交互作用として Tx_1 、 TM 、 TMx_1 の3つがある。 f_0 についても x_1 、 T 、 M の3因子が重要で、それらの交互作用から構成されるモデル寄与率は47.2%である。

f_1 については T 、 M の主効果および交互作用 TM と Mx_1 が有意である。さらに x_2 、 x_3 との交互作用 x_1x_3 、 Mx_2 、 TMx_3 が有意であり、モデルの寄与率は66.6%である。総合すると歪み F についても x_1 、 T 、 M の3因子が重要であり、これは L および R と同様である。

表 5-7 f_0 の分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	P 値	R^2
Tx_1	0.0124	1	0.0124	13.9	0.001	22.1
TM	0.0069	1	0.0069	7.8	0.009	11.5
TMx_1	0.0080	1	0.0080	9.0	0.006	13.6
モデル	0.0274	3	0.0091	10.2	0.000	47.2
誤差	0.025	28	0.0009	—	—	52.8
合計	0.0524	31	—	—	—	100.0

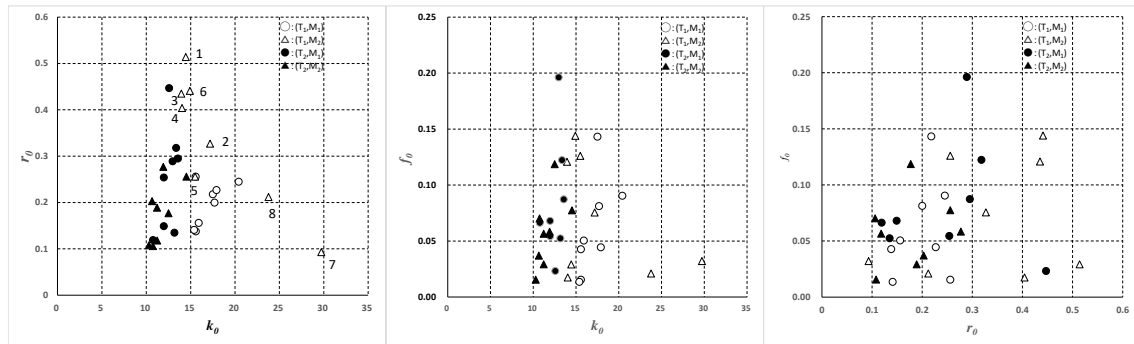
表 5-8 f_1 の分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	P 値	R^2
T	3.53E-09	1	3.53E-09	5.2	0.032	4.5
M	4.27E-09	1	4.27E-09	6.2	0.020	5.6
Mx_1	1.20E-08	1	1.20E-08	17.5	0.000	17.8
Mx_2	3.80E-09	1	3.80E-09	5.5	0.027	4.9
x_1x_3	8.33E-09	1	8.33E-09	12.2	0.002	12.0
TM	8.79E-09	1	8.79E-09	12.8	0.002	12.8
TMx_3	6.41E-09	1	6.41E-09	9.4	0.005	9.0
モデル	4.71E-08	7	6.73E-09	9.8	<.0001	66.6
誤差	1.64E-08	24	6.85E-10	—	—	33.4
合計	6.35E-08	31	—	—	—	100.0

φ_0 については x_2x_3 の交互作用が有意である。その他に有意な因子はない。また φ_1 の分散分析では有意な因子はないため結果は表示していない。本実験では楕円の扁平率が小さく、そのため x_2x_3 の交互作用以外に偏角に影響を与える因子がなかった。このため、次節で述べる特性間の相関と、統計モデルについては L 、 R 、 F の3特性について説明し、 Φ については統計モデルを構築せず考察するのみとする。

表 5-9 φ_0 分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	P 値	R^2
x_2x_3	4.46	1	4.46	5.1	0.03	11.6
モデル	4.46	1	4.46	5.1	0.03	11.6
誤差	26.46	30	0.88	—	—	88.4
合計	30.92	31	—	—	—	100.0



(a) k_0 と r_0 の相関

(b) k_0 と f_0 の相関

(c) r_0 と f_0 の相関

図 5-9 3 特性の相関関係

前述の分散分析において、 k_0 、 r_0 、 f_0 は x_1 、 T 、 M の3因子の影響を受けていることを指摘した。そこで k_0 、 r_0 、 f_0 の特性間の相関関係を図 5-9(a)から図 5-9(c)までの散布図で確認する。各グラフに表示された点は T と M の水準ごとに○、△、●、▲の4つに層別されている。

図 5-9(a) は k_0 と r_0 との散布図である。○は T_1 ツールで Step モード、△は T_1 ツールで One-way モードのデータである。この T_1 ツールはモードによって k_0 と r_0 の相関関係に違いがある。Step モードの場合、加工3因子の水準によらず $15 \leq k_0 \leq 21$ 、 $0.12 \leq r_0 \leq 0.25$ の比較的安定した加工特性が得られ、 k_0 と r_0 の相関係数は0.59である。一方 one-way モードの場合、加工3因子の水準によって $13 \leq k_0 \leq 30$ 、 $0.09 \leq r_0 \leq 0.51$ と特性が大きく変化し、かつ k_0 と r_0 との間に顕著な負の相関がある。相関係数は-0.88である。これは前述した T と M の交互作用が影響している。これらのデータには考察のために Run No.を併記している。

T_2 ツールについては、●は Step モード、▲は One-way モードのデータである。この T_2 ツールは T_1 ツールとは異なり $10 \leq k_0 \leq 15$ 、 $0.10 \leq r_0 \leq 0.45$ と比較的狭い範囲にデータが散布し、 k_0 と r_0 の間に顕著な相関関係はない。

一般に粒径が大きいほど（粒度が小さいほど）研削力（除去量）が大きく、穴径が拡大する傾向がある。図 5-9(a)はその傾向に合致している。そして穴の拡大量と穴内部の粗さとの関係は、one-way モードでは負の相関があるが他の条件では明らかではない。そのメカニズムを後に考察する。

図 5-9(b) は k_0 と f_0 の散布図である。図 5-9(a) における T_1 ツールと One-way モードのような顕著な相関関係はない。ツールとモードごとの k_0 と f_0 との相関係数は (T_1, M_1) で 0.61、 (T_1, M_2) で-0.45、 (T_2, M_1) で 0.34、 (T_2, M_2) で 0.61 である。 (T_1, M_2) において相関係数が負であるのは、 $(k_0, f_0) = (29.7, 0.032)$ と $(23.8, 0.021)$ の 2 点の外れ値が存在するためである。この 2 点は 4.1 節のにおいても外れ値の可能性を指摘されている。

図 5-9(c) は r_0 と f_0 の散布図である。この図においても顕著な相関関係は見られない。ツールとモードごとの r_0 と f_0 との相関係数は (T_1, M_1) で 0.30、 (T_1, M_2) で 0.25、 (T_2, M_1) で 0.06、 (T_2, M_2) で 0.19 である。

以上より、 k_0 と r_0 との間には T_1 、 M_2 のときに-0.88 の負の相関があるが、それ以外に顕著な相関関係は見られない。そこで、各特性のメカニズムをさらに詳細に解析するために、特性ごとに主効果と交互作用を含む統計モデル（重回帰式）を構築し、偏回帰係数の符号も含めて考察する。

分散分析で有意となった因子を L の場合は式(5-13)にあてはめ、 R および F の場合も同様の構造式にあてはめて統計モデルとして示したものが式(5-14)から式(5-16)である。 L の重回帰式(5-14)には主効果と交互作用が合計 12 項、その中で T と M は 10 項に関与している。そこで T 、 M の組合せで層別し $z=2400$ における L の予測値と実測値の差を Run No.ごとにプロットしたものが図 5-10 である。Run No.1~4 は $x_1 = -1$ 、Run No.5~8 は $x_1 = 1$ であり x_1 、 T 、 M の 3 因子が予測値と実測値の差に関与する様子も把握できる。その中で T_1 、 M_2 、Run No.7 の値は外れ値であり、前節でも指摘した。さらに Run No.8 も外れ値としたが、ここでは外れ値ではない。 $z=1200$ 、 3600 においても外れ値はない。 T_1 、 M_2 、Run No.7 は次章で考察するが、式(5-14)は L の統計モデルとして妥当である。

R と F の重回帰式(5-15)、式(5-16)も同様の方法で分析できる。 R の変化率は T 、 M の影響を受けていない。個別の統計モデルとしての解析は割愛し、 L 、 R 、 F の総合的な考察を次に行う。

$$\begin{aligned}
L &= k_0 + k_1(z_j - z_2) \\
&= 14.67 + 1.04x_1x_2 + 2.46T + 0.83x_1T + 0.77x_1x_2T - 0.98x_1M \\
&\quad - 1.26x_1TM + 1.00x_1x_2TM + (-1.32 + 0.21x_1 - 1.07T - 0.22x_3M \\
&\quad + 0.18x_1x_3M - 0.17x_2x_3M) \times (z - 2400) \times 0.001
\end{aligned} \tag{5-14}$$

$$\begin{aligned}
R &= r_0 + r_1(z_j - z_2) \\
&= 0.25 - 0.031x_1 + 0.003T - 0.055x_1T + 0.022x_3T + 0.039x_1M - 0.063TM \\
&\quad + (3.24x_2x_3) \times (z - 2400) \times 0.00001
\end{aligned} \tag{5-15}$$

$$\begin{aligned}
F &= f_0 + f_1(z_j - z_2) \\
&= 0.074 - 0.020x_1T + (-0.015 - 0.016x_1)TM + (-0.74 + 1.05T - 1.93x_1M \\
&\quad + 1.09x_2M + 1.61x_1x_3M + 1.66TM - 1.42x_3TM) \times (z - 2400) \times 0.00001
\end{aligned} \tag{5-16}$$

まず穴の拡大量 L について考察する。図 5.5 において、粒径の大きい T_1 は研削力が大きく、粒径の小さい T_2 は研削力が小さい。そのため、前者では穴が拡大しテーパ形状となることは加工理論に合致する。そして分散分析結果でも穴の中心値 k_0 と変化率 k_1 でツール T の主効果が最も大きいことはそれを裏付けている。 T 以外にも x_1 の主効果や、 T 、 x_1 と M 、 x_2 、 x_3 との交互作用が有意であることを示した。

使用した中空のコアドリルは、中空部分からガラスロッドが切り出される。このロッド半径（定数と仮定）をガラス穴半径から引いた量で材料除去率（ MRR : Material Removal Rate）は計算される。一方 L はガラス穴半径からコアドリル外周円の半径（定数と仮定）を引いた量で計算される。よって MRR と L は正の相関がある。

そこで Hu et al. (2002)を確認すると、 MRR に対する主効果として、Static Force (x_1 に相当)、 x_3 および Grit size (T に相当) が有意である。2 因子交互作用は x_1x_3 、 Tx_1 、 Tx_3 、3 因子交互作用は x_1x_3T が有意であり、 MRR の最適組合せは $x_1 = 1$ 、 $x_3 = 1$ 、 $T = T_1$ であると報告している。

以上の結果を本研究に適用する。 T_1 、 M_2 における Run No.7 と Run No.8 の k_0 は外れ値の可能性があると指摘した。両者とも $x_1 = 1$ で、相違点は前者が $x_3 = -1$ 、後者が $x_3 = 1$ である。前者より後者のほうが超音波出力は大きく、 MRR は大きくなる、すなわち L が大きくなる。しかし図 5-10 において Run No.8 より Run No.7 のほうが L は大きい。さらに図 5-10 においては Run No.8 は外れ値ではなく、Run No.7 がマイナス側に外れている。これらのことから T_1 、 M_2 における Run No.7 の加工実験では式(5-14)の統計モデルで示された加工メカニズム以外のメカニズムが働いている可能性がある。その確認のためには繰り返し実験を行い、測定誤差を正確に評価する必要がある、今後の課題である。 T_1 、 M_2 、Run No.7 以外のデータの予測値と実測値との差は測定値の 20%以下であり、式(5-14)は妥当である。

穴の粗さ R について r_0 を考察する。図 5-6 で T_1 、 M_2 のとき、 r_0 は k_0 と逆比例の関係がある(相関係数 -0.88)。 T_1 は研削力が大きくスラッジの排出が多い。そして M_2 はスラッジや研削熱の排出効率が悪い。このため k_0 の拡大でガラス内壁とツールとの間隔が拡大し、スラッジと研削熱が効率よく外部に排出され、粗さ r_0 も小さくなると考えられる。 r_0 について有意な因子の中で TM 、 Tx_1 、 Mx_1 の寄与率が大きくその合計は 60%となる。 L と同様に T 、 M 、 x_1 の交互作用が r_0 に大きく影響している。 r_1 については x_2x_3 が有意であり、その他に有意な因子はない。 R の統計モデル式(5-15)で x_2x_3 の偏回帰係数は $+3.24$ である。 x_2 と x_3 が同水準であれば穴は出口に向かって粗くなり、異水準であれば出口に向かって平滑になる。ツールの回転速度と超音波出力の組み合わせが加工面の粗さの変化率に影響することが判明した。

扁平率 F について f_0 と f_1 を考察する。 f_0 は寄与率の大きい順から Tx_1 、 TMx_1 、 TM が有意で、 f_1 は寄与率の大きい順から Mx_1 、 TM 、 x_1x_3 、 TMx_3 が有意である。 f_0 は T 、 M 、 x_1 の交互作用が有意であることは L および R と共通である。また f_1 は扁平率の変化率であり T 、 M 、 x_1 に x_3 が加わった 4 因子の影響がある。

偏角 Φ について φ_0 を考察する。 φ_0 は図 5.8 に示したようにツール T の主効果が予想された。しかし分散分析の結果は T の効果は有意ではなく、交互作用 x_2x_3 が有意であった。 x_2x_3 は k_1 およ

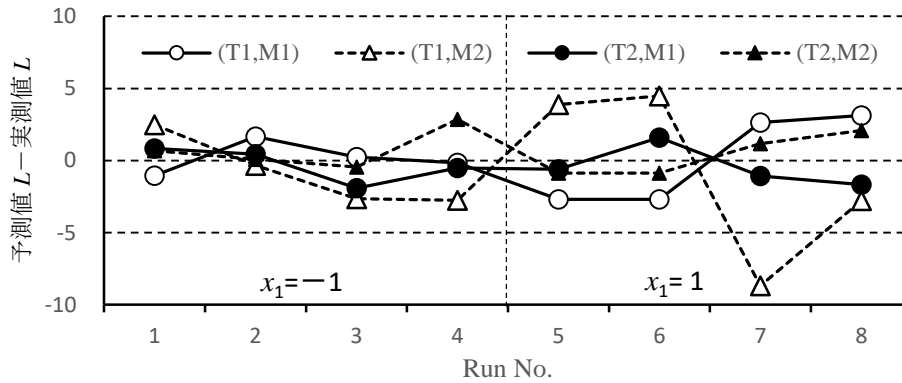


図 5-10 予測値と実測値の関係

び r_1 においても有意であり、穴入口から出口にかけての、すなわち加工進行方向への、特性値の変化率に関与する因子として重要であることが判明した。

RUM で重要な役割をもつ超音波 x_3 については、 k_0 および f_0 には 1 つも含まれない。これは超音波が対象に与える力の方向が加工ツールの進行方向と一致し、 $z = 2400\mu\text{m}$ においては穴の拡大量や歪みとは直接関係しないためと考えられる。また Li et al. (2005a)では、超音波を援用した RUM は援用しない回転加工と比較して MRR で 10%改善すると報告している。これは超音波の効果は有効であるが限定的であることを示している。一方、変化率に関する k_1 、 r_1 、 f_1 には x_3 が含まれており、穴の入口から出口にかけての形状変化には超音波の影響があることが判明した。3次元加工形状を評価することで超音波の効果を明確に確認することができた。

5. 5 本章のまとめ

本章では、ツールとモードの 2 因子を外側に、RUM の加工 3 因子を内側に配置した 2 水準の直積実験でガラス穴加工を行い、穴内部形状を解析した。断面形状は楕円で深さ方向はテーパ形状であると想定し、穴の拡大量、粗さ、歪み、偏角の 4 特性を 3 次元モデル化した。その結果、RUM の加工特性はツールの主効果が強く影響し、さらに加工モードおよびツールの送り速度の 3 因子が関与する交互作用が重要であることを確認した。RUM で重要な超音波は穴の入口から出口にかけての特性変化に影響することも確認した。以上より、提案した方法で加工メカニズム解明の端緒を得たことから本論文の有用性を示した。

第6章 加工メカニズムの解明と優先度を考慮した3次元加工形状の最適化

6. 1 本章の目的

本章の目的は3つある。第1は、加工に最適な工具（ツール）を選定することである。前章の解析からも明らかなように、加工形状に与えるツールの効果は非常に大きい。よって良好な穴形状が得られるツールをスクリーニング実験から選定する。

第2は、RUM加工における加工3因子が穴加工の3次元形状および性状に及ぼす影響を2次の効果まで評価し、加工形状をモデル化しメカニズムを詳細に解明することである。3次元形状は、断面形状として楕円を前提としたうえで、中心部の大きさ k_0 、入口から出口にかけてのテーパ形状の傾き k_1 で評価する。性状は粗さを取りあげ、中心部の粗さ r_0 と入口から出口にかけての粗さの変化率が r_1 で評価する。

第3は、 k_0 , k_1 , r_0 , r_1 の4特性の統計モデルを目的関数とし、数値計画法で最適解を求めることである。そのとき、1特性を同時に最適化する方法もよりも、優先順位を決めて多段階に最適化する方法が経営視点で優れていることを示す。

6. 2 加工要因のスクリーニング

6. 2. 1 Plackett and Burman Design (PBD)

k_0 , k_1 , r_0 , r_1 に影響を与える可能性のある要因は多数あり、trivial many と呼ばれる。そして多数の要因の中には特性に大きな影響を与える重要な要因があり、vital few と呼ばれる。このように多数の要因の中から重要な要因を選び出す作業をスクリーニング(Screening)と呼び、ふるい分けまたは要因の絞り込みとも呼ばれる。

そして、スクリーニング実験により要因を絞り込む方法はSQCの代表的な手法である。本実験では実験回数12回のL12直交計画を採用する。この計画はPlackett-Burman Design (PBD) (Plackett and Burman, 1946) と呼ばれ代表的なスクリーニング計画である。PBDの特徴は、主効果同士は互いに直交しており独立であるが、2因子交互作用は他の主効果と部分交絡していることである。そのため、交互作用の評価は困難である。またL12は最大11個の要因を12回の実験で絞り込むことができる。具体例を次項にて説明する。

6. 2. 2 加工 5 因子と工法 2 因子および工具 2 因子の PBD

本研究で評価する穴の特性の中で最も重要なものは穴径である。穴径は既に述べたように楕円を基準とした半距離和で評価する。

加工ツールがガラス表面に接触すると初期の段階ではツールの位置が定まらず、穴が広がる傾向がある。その後ガラス内部に侵入するに従って穴径はツール径とほぼ等しい大きくなる。さらに、さまざまな要因からガラス内部においてもツールの外周方向の振動が大きくなり穴径が広がる傾向がある。穴入口から出口までが一定の円形状で粗さの少ない状態が望ましいが、テーパ状になることが一般的である。

また評価する加工因子は、ツールの粒度と集中度、モードについてはツール送りの順方向と逆方向の条件、さらには加工 3 因子、そしてツール内部と外部からの冷却水の合計 9 因子を評価する。これを表 6-1 に示し、これらを PBD の計画表に割り付けたものが表 6-2 である。 u_1 が砥粒の粒度、 u_2 が集中度を表し、 $(u_1, u_2) = (-1, -1)$ 、 $(-1, 1)$ 、 $(1, -1)$ 、 $(1, 1)$ が4本のツールを表している。ここでは順に#1 から#4 とする。

表 6-1 スクリーニング実験で評価する 9 因子

要因	水準	
	1	2
u_1 粒度	大	小
u_2 集中度	低	高
u_3 送り速度	低	高
u_4 回転速度	低	高
u_5 超音波出力	低	高
u_6 冷却水流量 (in)	低	高
u_7 冷却水流量 (out)	低	高
u_8 順方向 step	小	大
u_9 逆方向 step	小	大

表 6-2 スクリーニング実験のための PBD 実験計画

No.	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8	u_9
1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1
2	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	1
3	-1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1
4	-1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1
5	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1
6	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1
7	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	1
8	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1
9	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	-1
10	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1
11	1	1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1
12	1	1	1	1	1	1	1	1	1

PBD は実験回数が 12 回、20 回、24 回、36 回、44 回のものであり、今回は 12 回の計画を使用した。表 6-2 の割付は其中的の 9 列を使用している。各列は互いに直交している。その詳細は Lin and Draper (1992)、Wang and Wu (1995)、Wu and Hamada (2009) に記述がある。

超音波援用回転研削穴加工では、ツールの送り速度、回転速度、超音波出力の加工 3 因子に加え、冷却水流量、工法であるツールの送りモード、工具であるダイヤモンドコアドリルを評価因子として取りあげてきた。そしてツールの送りモードの水準に応じて最適化を行う方法論を第 1 章で示した。このとき、評価因子は 2 水準に設定してきた。これは主効果と交互作用を含めた要因のふるい分けを行う目的で実験を計画したためであった。例えばツールについては第 5 章で粒度を 2 水準に変えて評価し、粒度=325/400 の特性が 140/170 より良好であることを示した。これらは要因のふるい分け（スクリーニング）が目的であり、その後行われる最適水準を決定するモデリングは、新たな実験を行うことが必要である。

6. 2. 3 結果と考察

実験結果を図 6-1 に示す。縦軸は穴の拡大量、横軸は穴入口からの距離である。各ツールでは 3 回の実験が行われているが、ツール間の拡大量の差はツール内の拡大量の差より大きい。これは穴の拡大量に対してツールの影響が非常に大きいことを示している。そして #4 ツールが最も拡大量が小さく、穴入口から出口にかけての拡大量の変化も小さい。

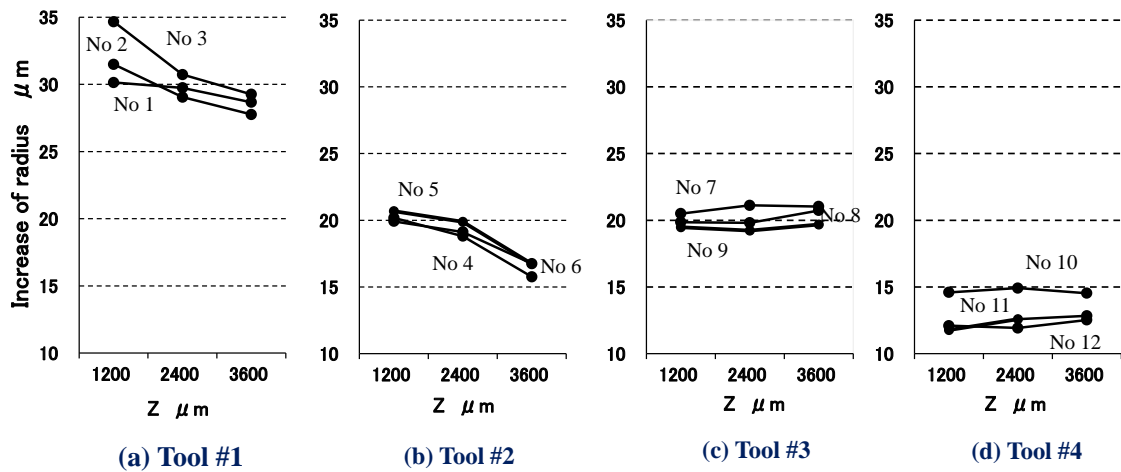


図 6-1 PBD 実験の結果

注意すべきことは、ツールは状況により曲がることである。その場合、加工要因と関係なく稜線形状がテーパ状になる。本スクリーニング実験には、そのようなツールを除外する目的もある。以上の理由から、加工形状最適化には #4 ツールを使用することとした。

6. 3 加工形状のモデリング

6. 3. 1 Central Composite Design (CCD)

ここまでの実験は要因の水準を 2 水準としてきた。これは加工 3 因子や工法、工具が加工形状に与える影響を 1 次の効果まで評価するためである。しかし、RUM において、ツールの送り速度や超音波の出力などは 2 次効果の存在の可能性がある。このような場合に採用する実験計画に応答局面法 (Response Surface Methodology: RSM)がある (例えば Hill and Hunter, 1966 および Myers and Carter, 1973)。その中に中心複合計画 (Central Composite Design: CCD) がある。CCD は Montgomery (2005)、Box et al. (2005)、Myers et al. (2009)、Wu and Hamada (2009) に詳しく紹介されている。その計画は 1 次の効果、交互作用の効果、2 次の効果が推定できる。また中心点では繰返しを行い、他の実験点と複合させて実験を行う。

本章では加工 3 因子について 2 次の効果を確認する計画を立てる。このとき各因子の水準を $-1.68, -1, 0, 1, 1.68$ の 5 水準とすることで、中心点 $(x_1, x_2, x_3) = (0, 0, 0)$ から等距離に

あるときのパラメータの予測分散を等しくする回転可能性 (rotatability) (例えば Montgomery, 2005)を考慮する。次項で具体的な加工 3 因子および加工モードの条件を設定する。

6. 3. 2 加工 3 因子と工法 1 因子の CCD

#4 ツールを使用した CCD は以下ようになる。評価特性は半距離和 L と粗さ R であり、それぞれ式(6-1)と式(6-2)に示す。使用ツールは 1 本であり、複数ツール使用時の外径差を考慮する必要がないため、穴の拡大量は評価しない。添字 n は実験 No. ($n=1,2,\dots,N$, N は全実験数)、 j は穴内部の位置($j=1,2,3$)を表わす。中心化切片 k_0 を例にとり、構造式を(6-3)で示す。

$$L_{nj} = k_0 + k_1(z_j - z_2) \quad (6-1)$$

$$R_{nj} = r_0 + r_1(z_j - z_2) \quad (6-2)$$

$$k_0(\mathbf{x}; M) = A_{k0}^{(0)} + \sum_{i=1}^3 B_{k0i}^{(0)} x_i + \sum_{i \leq j}^3 C_{k0ij}^{(0)} x_i x_j + \left(A_{k0}^{(1)} + \sum_{i=1}^3 B_{k0i}^{(1)} x_i + \sum_{i \leq j}^3 C_{k0ij}^{(1)} x_i x_j \right) M \quad (6-3)$$

加工 3 因子の条件を表 6-3 に示す。3 因子の rotatability を確保するため ± 1.68 の水準を設定している。送りモード M の条件を表 6-4 に示す。 M は水準 1 では 1、水準 2 では -1 をとるダミー変数とする。モードごとに中心点で 6 回の繰り返しを含む 20 回の実験を行うため全実験数 N は 40 回である。統計モデル構築のための計画は表 6-5 となる。

表 6-3 加工 3 因子の条件

因子		水準				
		-1.68	-1	0	1	1.68
x_1	送り速度 (mm/m)	0.5	0.7	1.0	1.3	1.5
x_2	回転速度 (rpm)	2.7	3.0	3.5	4.0	4.3
x_3	超音波出力 (%)	30	38	50	62	70

表 6-4 送りモードの条件

要因	水準	
	1	2
M 送りモード	step	one-way

表 6-5 モデリングのための CCD 実験計画

No.	x_1	x_2	x_3	M
1	-1.68	0	0	1
2	-1.68	0	0	2
3	-1	-1	-1	1
4	-1	-1	-1	2
5	-1	-1	1	1
6	-1	-1	1	2
7	-1	1	-1	1
8	-1	1	-1	2
9	-1	1	1	1
10	-1	1	1	2
11	0	-1.68	0	1
12	0	-1.68	0	2
13	0	0	-1.68	1
14	0	0	-1.68	2
15	0	0	0	1
16	0	0	0	2
17	0	0	0	1
18	0	0	0	2
19	0	0	0	1
20	0	0	0	2
21	0	0	0	1
22	0	0	0	2
23	0	0	0	1
24	0	0	0	2
25	0	0	0	1
26	0	0	0	2
27	0	0	1.68	1
28	0	0	1.68	2
29	0	1.68	0	1
30	0	1.68	0	2
31	1	-1	-1	1
32	1	-1	-1	2
33	1	-1	1	1
34	1	-1	1	2
35	1	1	-1	1
36	1	1	-1	2
37	1	1	1	1
38	1	1	1	2
39	1.68	0	0	1
40	1.68	0	0	2

6. 3. 3 結果と考察

40 回の実験から得られた穴の大きさ、すなわち半距離和 L を図 6-2 に示す。これは縦軸に半距離和、横軸に z_1 、 z_2 、 z_3 の位置座標を示したもので、この 3 点の回帰直線も示している。このとき z_2 の半距離和は中心化切片 k_0 、傾きは k_1 で表す。 k_0 および k_1 は実験条件により変化する。すなわち x_1 、 x_2 、 x_3 および M の関数として表すことができる。 k_0 と k_1 の分散分析表を表 6-6、表 6-7 に、中心化切片を式(6-4)、傾きを式(6-5)、 L のモデル式を式(6-6)に示す。判定欄には p 値が 0.05 以下、0.01 以下の因子にそれぞれ*、**を表示している。

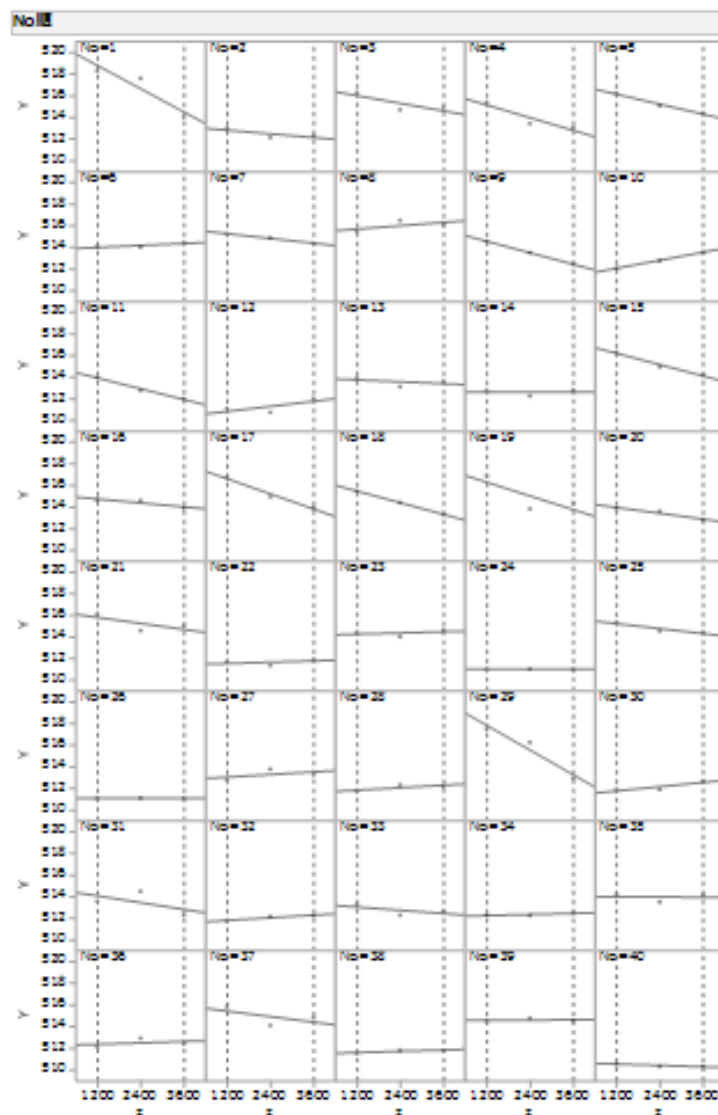


図 6-2 L についての CCD 実験の結果

表 6-6 中心化切片(k_0)の分散分析表

因子	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値	判定
x_1	13.24	1	13.24	10.97	0.004	* *
M	35.70	1	35.70	29.58	<0.001	* *
モデル	48.94	2	24.47	21.14	<0.001	* *
誤差	42.84	37	1.158			
合計	91.78	39				

表 6-7 傾き(k_1)の分散分析表

因子	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値	判定
x_1	9.81E-7	1	9.81E-7	5.01	0.032	*
x_3	7.43E-8	1	7.43E-8	0.38	0.542	
M	3.37E-6	1	3.37E-6	17.22	<0.001	* *
x_3x_3	1.25E-6	1	1.25E-6	6.39	0.016	*
モデル	5.68E-6	4	5.68E-6	7.25	<0.001	* *
誤差	6.86E-6	35	6.86E-6			
合計	1.25E-5	39	1.25E-5			

$$k_0(\mathbf{x}; M) = 513.54 - 0.70x_1 + 0.94M \quad (6-4)$$

$$k_1(\mathbf{x}; M) = (-0.32 + 0.19x_1 + 0.05x_3 + 0.21x_3^2 - 0.29M) \times 0.001 \quad (6-5)$$

$$\begin{aligned}
L &= k_0 + k_1(z_j - z_2) \\
&= 513.54 - 0.70x_1 + 0.94M \\
&\quad + (-0.32 + 0.19x_1 + 0.05x_3 + 0.21x_3^2 - 0.29M)(z_j - z_2) \times 0.001
\end{aligned} \quad (6-6)$$

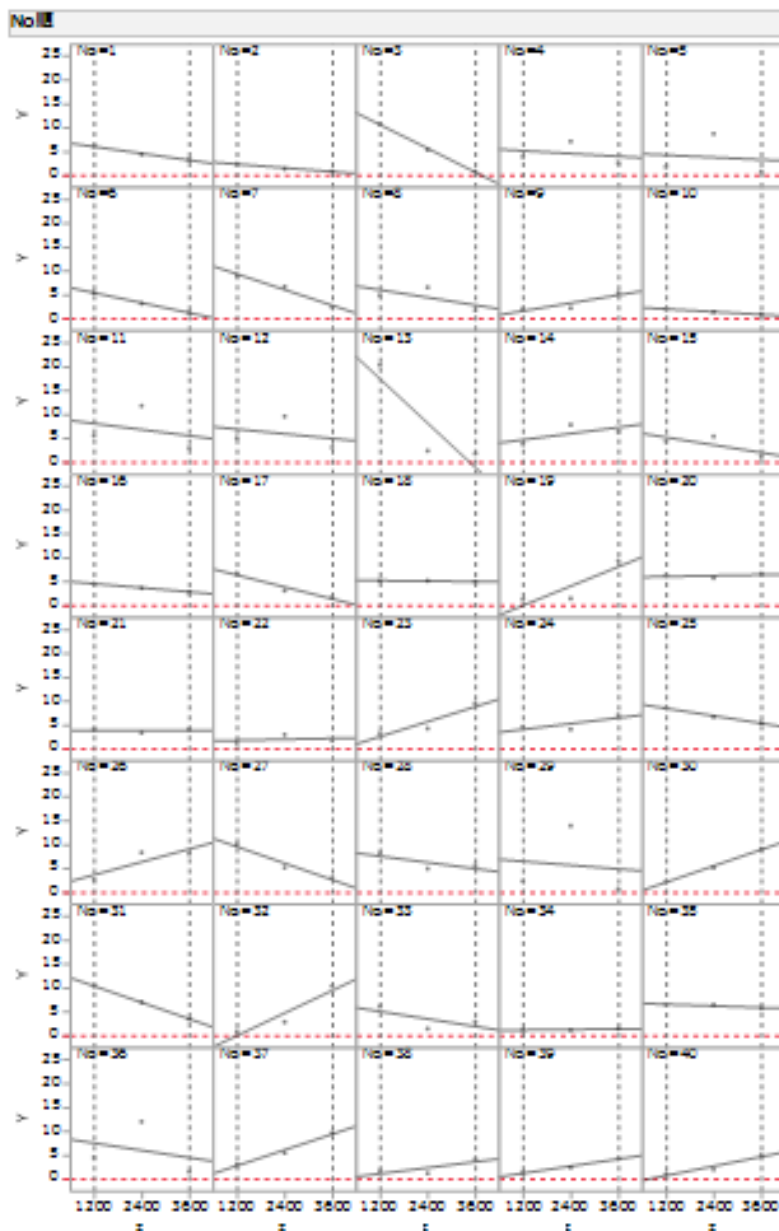


図 6-3 R についての CCD 実験の結果

同様に z_1 、 z_2 、 z_3 の3点における穴内面粗さをグラフ化したものが図 6-3 である。粗さを縦軸、位置を横軸とし、回帰直線も示している。粗さの回帰直線の中心化切片を r_0 、傾きを r_1 とする。 r_0 と r_1 も x_1 、 x_2 、 x_3 および M の関数として表すことができる。

分散分析結果を表 6-8、表 6-9 に示す。また変数選択により構成された中心化切片を式 (6-7)、傾きを式(6-8)、粗さのモデルを式(6-9)に示す。

表 6-8 中心化切片(r_0)の分散分析表

因子	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値	判定
x_1	0.36	1	0.36	0.22	0.645	
x_3	18.72	1	18.72	11.33	0.002	* *
M	8.77	1	8.77	5.31	0.028	*
x_1x_1	21.18	1	21.18	12.83	0.001	* *
x_3x_3	6.40	1	6.40	3.87	0.057	
モデル	57.76	5	11.55	6.70	<0.001	* *
誤差	56.15	34	1.65			
合計	113.91	39				

表 6-9 傾き(r_1)の分散分析表

因子	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値	判定
x_1	1.46E-5	1	1.46E-5	7.00	0.013	*
x_2	6.00E-6	1	6.00E-6	2.89	0.099	
x_3	8.26E-6	1	8.26E-6	3.97	0.055	
M	1.46E-5	1	1.46E-5	7.00	0.013	*
x_2x_3	6.42E-6	1	6.42E-6	3.09	0.089	
x_3x_3	2.86E-5	1	2.86E-5	13.76	0.001	* *
x_3M	2.52E-5	1	2.52E-5	12.10	0.002	* *
x_3x_3M	1.48E-5	1	1.48E-5	7.12	0.012	*
モデル	1.18E-4	8	1.48E-5	7.12	<0.001	* *
誤差	6.45E-5	31	2.08E-6			
合計	1.83E-4	39				

$$r_0(x; M) = 4.67 + 0.11x_1 - 0.83x_3 - 0.85x_1^2 + 0.47x_3^2 + 0.47M \quad (6-7)$$

$$r_1(x; M) = (-3.26 + 7.30x_1 + 4.69x_2 + 5.50x_3 + 6.34x_2x_3 - 9.88x_3^2 \\ + (-6.03 + 9.60x_3 - 7.11x_3^2)M) \times E - 4 \quad (6-8)$$

$$R = r_0 + r_1(z_j - z_2) \\ = 4.67 + 0.11x_1 - 0.83x_3 - 0.85x_1^2 + 0.47x_3^2 + 0.47M \\ + (-3.26 + 7.30x_1 + 4.69x_2 + 5.50x_3 + 6.34x_2x_3 - 9.88x_3^2 \\ + (-6.03 + 9.60x_3 - 7.11x_3^2)M)(z_j - z_2) \times E - 4 \quad (6-9)$$

半距離和 L の回帰直線の中心化切片 k_0 と傾き k_1 を x_1, x_2, x_3, M の関数で表し、有意な因子を考察すると、いずれの特性もモード M の効果が大きいことが判明した。 k_0 と k_1 においては 1 次の効果と交互作用が主要な効果である。その中でツールの送り速度 x_1 の効果が大きい。最も重要な特性である k_0 は x_1 と M の 2 つの因子で決定されることが判明した。

r_0 と r_1 の結果を考察すると x_1 の効果以外に x_3 の効果も有意である。そして x_1 および x_3 ともに 2 次の効果の存在が判明した。また r_1 については x_3 の 2 次の効果にモード M の効果が加わった 2 次項と 1 次項の交互作用があることが判明した。これらは最適化において重要な役割を果たす。

6. 4 最適化

前述の式(6-4)、(6-5)および式(6-7)、(6-8)の推定式を目的関数として最適化を行う。最適化は制約条件を設定したうえで数理計画法により最適解を求める。数値計算によりいくつかのシード値から解を求め、不定解の場合はその原因を調査し、モデルを再検討して実際の加工形状最適化に適合した最適化を行う。

制約条件は技術的なものと経営的なものがある。前者は製造基準に規定されている物理量であり、後者は経営を担う各部門が指定するコストや納期、顧客との間で取り決めた特別採用条件などがある。

6. 4. 1 多特性の同時最適化と多段階最適化

本章で取りあげる 3 次元加工形状最適化問題は、形状 2 特性、性状 2 特性、合わせて 4 特性を 4 因子で最適化する問題である。そして優先度の高い特性と低い特性がある。ここでは Montgomery (2005) に掲載されている複数の応答 (Multiple Responses) の最適化事例を参考に、経営的視点も考慮した最適化方法を提案する。

Montgomery (2005)によれば少数のプロセス因子で応答が決定されるとき、幾つかの応答を直接的に最適化する方法として、各応答の等高線を重ねる方法 (overlay the contour plots) を述べている。この方法は実験者が視覚的に最適解を求めることができる利点はあるが、因子が 3 つ以上の場合には使用することが難しい。それは因子数が多いと 2 次元平面の等高線で表現することが困難になるためである。すなわち因子数-2 個の因子の水準を固定する必要がある。どの因子をどの水準に固定するかを決定することも難しい。

そこでこの問題を、制約のある最適化問題 (constrained optimization problem) として定式化し最適化する方法を述べている。またこの問題は非線形計画法 (nonlinear programming methods) として数値解析で解くこと、解析ソフトウェアとして The Design-Expert を使用したことを述べている。

本章の最適化は 4 特性 4 因子であり、等高線を重ねる方法は難しい。そこで制約のある最適化問題として定式化し統計解析ソフト JMP の数値解析機能を活用して最適化する。この方法は複数の応答から 1 つの応答を選びこれを最適化するとき、それ以外の応答を制約条件とするものである。本論文ではこの方法を同時最適化と呼ぶ。

複数の応答を最適化する別の方法として、Harrington (1965) が提案した”望ましき関数 (desirability functions)”を利用する方法がある。これは最適化すべき応答とは別に望ましき関数を導入し、これを最適 (最大化) するものである。この方法はその後 Derringer and Suich (1980)が” Simultaneous Optimization of several response variables” において望ましき関数を一般化している。山田 (2004) によれば複数の応答を好ましいレベルにする問題は ”多応答の最適化 (simultaneous optimization) 問題”と呼ばれている。

望ましき関数を導入すると、単位の異なる特性や比較し難い特性を最適化できる利点がある。しかし、異なる性質の特性を望ましき関数に置き換えて一元的に比較することは、そ

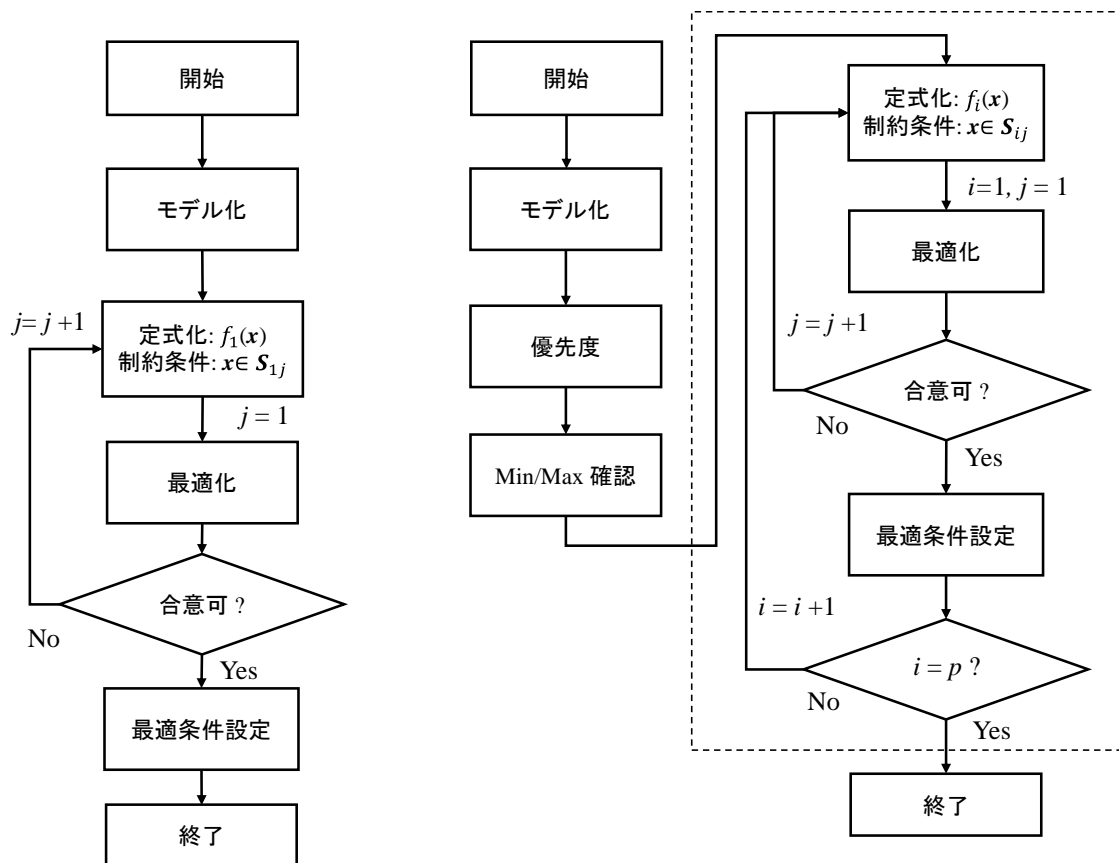
の置き換えそのものが関係者の理解を必要とする。さらに望ましき関数自体も直感的に理解しやすいものではない。そして望ましき関数がひとたび採用されると、それ以後は「既成事実」として「ブラックボックス」となりやすく、プロセスの可視化を基本とする品質管理に沿わないものとなる。望ましき関数は、利害関係者の理解が得にくく、品質管理の面からも運用が難しいため、本研究の最適化では望ましき関数は使用しない。

本論文では望ましき関数に代わる最適化法として、特性の優先順位に従って 1 つずつ最適化を行う多段階最適化法を提案する。その方法は、最優先する 1 つの特性を、ある制約条件の下で最適化し、当該パラメータを最適解に固定する。次に 2 番めに優先する特性をある制約条件の下で最適化し、当該パラメータを最適解に固定する。この手順で全てのパラメータの最適解を求め、特性を最適化するものである。目的関数の優先度や構造によっては、制約条件なしで最適化する場合も含まれる。

同時最適化が有効である状況は、最適化する特性の数が多く、その中で最優先する特性の概要を把握したい場合である。詳細な検討を行う前に全体の概要を把握するときはこの方法が有利である。また多段階最適化が有効な状況は、優先度の高い順に最適値と最適解を求める場合である。図 6-4(a)に同時最適化、図 6-4(b)に多段階最適化のフローチャートを示す。

まず同時最適化を説明する。最初にモデル化を行う。これは本章では式(6-4)から式(6-9)の構築であり、実験計画から分散分析を経て変数選択を行う手順である。次に定式化である。本事例では k_0 の優先順位が最も高いものとし、これを目的関数とする。そして k_1, r_0, r_1 を制約関数として最適化を行う。得られた最適値と最適解が利害関係者の間で合意されなければ制約条件を変えて再度最適化を行う。

次に多段階最適化を説明する。実験計画、分散分析、変数選択を経てモデル化を行うことは同時最適化と同じである。本事例では k_0, k_1, r_0, r_1 の順に優先順位が高いものとする。実際の加工工程でも穴の大きさには製造基準が設定されており k_0 が最優先であることが多い。 k_1 は穴のテーパ角度である。テーパ角度が大きいと、穴の入口が拡大し他部品との連結に支障が生じたり、穴の内部まで部品を挿入できない等の不具合が発生する。その後、制約条件を合理的に設定するために各特性の最小値と最大値 (Min/Max)を事前に確認する。制約条件は Min と Max の間で設定することになる。



(a) 同時最適化

(b) 多段階最適化

図 6-4 同時最適化と多段階最適化のフローチャート

以上の準備をしたうえで優先順位の最も高い特性を最初に最適化する。図 6-4(b)では目的関数 f_i として $i=1$ が最優先の関数である。最初に設定する制約条件 S は $j=1$ として S_{ij} ($i=1$ 、 $j=1$)である。この制約条件のもとで最適化を行い得られた最適値が利害関係者と合意できるか判断する。合意できる場合は最適解を与える変数を固定し、次の特性値 $i=2$ に相当する f_2 を制約条件 S_{ij} ($i=2$ 、 $j=1$)の下に最適化する。合意できない場合は制約条件を再設定し S_{ij} ($i=2$ 、 $j=2$)として最適化を行う。これらのプロセスは利害関係者との合意が重要である。それゆえに経営視点に基づく最適化であるといえる。特性値は全部で p 個あるとして、全ての関数が最適化される($i=p$)まで行うことになる。

6. 4. 2 形状 2 特性と性状 2 特性の 4 特性最適化

まず初めに同時最適化を行う。最適化のための式は(6-10)となる。最優先させる特性は半距離和 L の中心化切片 k_0 であり、これを最小化する。制約条件は半距離和 L の傾き k_1 、粗さの中心化切片 r_0 および傾き r_1 である。これらの特性は事前に最大値と最小値を確認したうえで、その範囲内で制約条件を決定する。式(6-10)を JMP の非線形プログラムで最適化すると、最適値と最適解、その時の制約関数値が式(6-11)として得られる。

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimize } k_0 \\
 &\text{subject to } -1.68 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 1.68, M = \{1, 2\} \\
 &\quad |k_1| < 5.0\text{E} - 4 \\
 &\quad r_0 < 3.0 \\
 &\quad |r_1| < 2.0\text{E} - 3
 \end{aligned} \tag{6-10}$$

$$\text{最適値: } k_0^* = 511.4$$

$$\text{最適解: } (x_1^*, x_2^*, x_3^*, M^*) = (1.68, -1.59, 0.89, 2)$$

$$\begin{aligned}
 &\text{制約関数値 } k_1^* = 2.2\text{E} - 4 \\
 &\quad r_0^* = 2.0 \\
 &\quad r_1^* = 2.7\text{E} - 4
 \end{aligned} \tag{6-11}$$

次に多段階最適化を行う。最優先させる特性は k_0 であり推定式(6-4)からパラメータは x_1 および M である。その定式化は式(6-12)となる。式(6-4)は 2 つのパラメータについて 1 次式であり、容易に最適解を求めることができる。最適値と最適解を式(6-13)に示す。

$$\begin{aligned}
 &\text{Minimize } k_0 \\
 &\text{subject to } -1.68 \leq x_1 \leq 1.68, M = \{1, 2\}
 \end{aligned} \tag{6-12}$$

$$\text{最適値: } k_0^* = 511.4 \tag{6-13}$$

$$\text{最適解: } (x_1^*, M^*) = (1.68, 2)$$

k_0 に次いで重要な特性は傾き k_1 であり、これはその絶対値が最小であることが望ましい。よって定式化は式(6-14)となる。このとき k_0 の最適解として (x_1, M) は $(1.68, 2)$ に固定されている。よってパラメータ x_3 の最適解を求める。式(6-5)に $(x_1, M) = (1.68, 2)$ を代入すると k_1 は x_3 についての2次式となり、最小値は解析的に求まる。その結果を式(6-15)に示す。

$$\begin{aligned} \text{Minimize } & |k_1| \\ \text{subject to } & -1.68 \leq x_3 \leq 1.68 \\ & (x_1, M) = (1.68, 2) \end{aligned} \quad (6-14)$$

$$\begin{aligned} \text{最適値: } & k_1^* = 1.5\text{E}-4 \\ \text{最適解: } & x_3^* = -0.13 \end{aligned} \quad (6-15)$$

k_0, k_1 に次いで重要な特性は r_0 である。 r_0 の推定式(6-7)は x_1, x_3, M から構成されており、この時点で最適値が決定される。それを式(6-16)に示す。

$$\text{最適値: } r_0^* = 2.4 \quad (6-16)$$

最後に r_1 を最適化する。これは k_1 と同様その絶対値が最小であることが望ましい。定式化は式(6-17)となる。このときパラメータ x_1, x_3, M の値は決定している。よって推定式(6-8)は x_2 について1次式となり、最適解は解析的に求まる。最適値と最適解を式(6-18)に示す。

$$\begin{aligned} \text{Minimize } & |r_1| \\ \text{subject to } & -1.68 \leq x_2 \leq 1.68 \\ & (x_1, x_3, M) = (1.68, -1.26\text{E}-1, 2) \end{aligned} \quad (6-17)$$

$$\begin{aligned} \text{最適値: } & r_1^* = 11.0\text{E}-4 \\ \text{最適解: } & x_2^* = -1.68 \end{aligned} \quad (6-18)$$

多段階最適化で最終的に得られた最適値と最適解を式(6-19)に示す。

$$\begin{aligned} \text{最適値: } (k_0^*, k_1^*, r_0^*, r_1^*) &= (511.4, 1.5\text{E-}4, 2.4, 11.0\text{E-}4) \\ \text{最適解: } (x_1^*, x_2^*, x_3^*, M^*) &= (1.68, -1.68, -0.13, 2) \end{aligned} \quad (6-19)$$

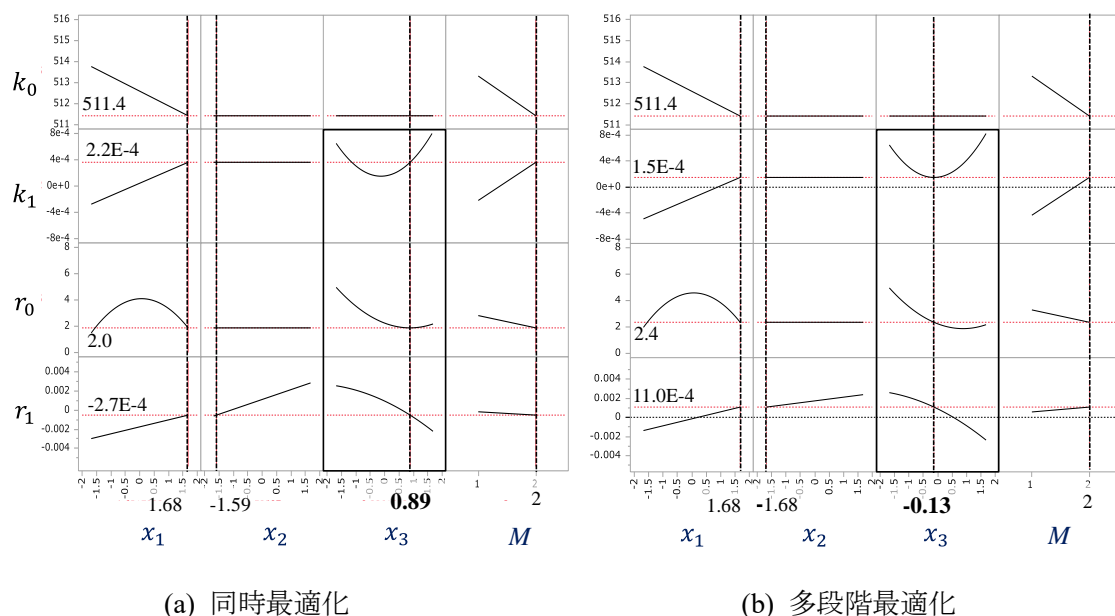


図 6-5 同時最適化と多段階最適化の結果

同時最適化と多段階最適化の最適値と最適解を JMP の関数プロファイルで表示したものが図 6-5 である。これは縦軸に最適化する特性 (k_0, k_1, r_0, r_1) をとり、横軸にパラメータ (x_1, x_2, x_3, M) をとって特性変化を示したものである。 x_1 と x_3 は 2 次の効果があるため放物線プロファイルとなっている。この図を元に最適化までのプロセスとその結果を考察する。

6. 4. 3 結果と考察

同時最適化の結果が図 6-5(a) である。最適解は $(x_1, x_2, x_3, M) = (1.68, -1.59, 0.89, 2)$ である。このとき最適値 $(k_0, k_1, r_0, r_1) = (511.4, 2.2\text{E-}4, 2.0, -2.7\text{E-}4)$ となる。多段階最適化の結果が図 6-5(b) である。最適解は $(x_1, x_2, x_3, M) = (1.68, -1.68, -0.13, 2)$ である。このとき最適値 $(k_0, k_1, r_0, r_1) = (511.4, 1.5\text{E-}4, 2.4, 11.0\text{E-}4)$ となる。

ここで k_1, r_0, r_1 の多段階最適化の結果は同時最適化の結果と異なる。この原因は図 6-5(a) および図 6-5(b)において、 k_1, r_0, r_1 には x_3 の 2 次の効果が影響しているためである。その詳細は以下のようになる。

多段階最適化では、 k_1 の最適化を優先しているため、 k_1 が最小となる $x_3 = -0.13$ が最適解として選択されている。このとき r_0 と r_1 の最適化は考慮されないため、 r_0 と r_1 の最適値は同時最適化の最適値よりも大きな（望ましくない）値となる。さらに r_1 では $x_2 x_3$ の交互作用があるため x_3 の最適値が変われば x_2 の最適値も変わることになる。

本事例では k_0, k_1, r_0, r_1 の順に優先順位が高いものとした。仮に r_0 を最優先で最適化した場合、図 6-5(a)および図 6-5(b)のプロファイル曲線から $x_3 = 0.89$ が選択される。このときは一括最適化と多段階最適化の値は同じになる。優先度の設定によって最適解が変わることは当然であり、一連のプロセスが図 6-5(a)、図 6-5(b)のように可視化されているならば、このような最適解の検討も容易に行える。これは SQC 手法により加工形状をモデル化し、最適化のプロセスを可視化した結果であり、本研究の特徴の 1 つである。

多段階最適化と同時最適化は式(6-4), (6-5), (6-7), (6-8)の変数の構造によって結果が変わる。本研究の場合、最優先する k_0 は x_1 と M の 2 変数で構成され、 k_0 の最適化に関与する変数はこの 2 つだけである。そして他の特性値は x_1 と M 以外の変数、 x_2 と x_3 、を用いて最適化することができる。

このように、多段階最適化は優先度の高い特性を確実に最適化するだけでなく、最適化の過程が明示されていることから、多くの利害関係者の合意が得やすく、経営視点に基づいた最適化が可能である。一方、従来から行われている同時最適化では全ての変数を使って 4 特性を最適化する。このとき、1 つの特性を残りの特性の制約の下に最適化する方法をとるため、制約に指定された特性の最適化プロセスは不明となり、結果だけを知ることになる。

本論文ではこのような 2 つの最適化において、超音波出力 x_3 の最適値に違いがあることを示した。 x_3 は、多段階最適化においては k_1 を最適化する変数であり、同時最適化においては k_1 、 r_0 および r_1 の制約条件を満足させる変数である。一般的な最適化では、そのプロセスを可視化することは少ない。本論文では最適化のプロセスが可視化され、利害関係者の合意を得て最適化する経営視点に基づく多段階最適化を提案した。

6. 5 本章のまとめ

RUM の加工メカニズム解明のため、まず初めにツールをスクリーニングするため PBD 実験を行った。これにより最適なツールを選定し、その後そのツールを使用した加工形状のモデリング実験を行った。モデリングの実験計画は 2 次の効果を把握するため CCD の実験を計画した。実験から穴径の半距離 L と穴内部の粗さ R のモデルを構築し、そのモデルを使用して同時最適化と多段階最適化を行い、RUM の最適解と加工形状の最適値を確認した。このとき超音波の最適値が最適化法により異なることを示した。これは超音波に 2 次の効果があることが原因であり、2 次効果の詳細なメカニズムは今後技術的に解明すべきものである。一方で経営的には利害関係者との合意形成を進めやすい点で多段階最適化が同時最適化より優れていることを示した。

第7章 結論

本論文は SQC 手法に基づいて、硬脆性材料を超音波援用回転穴加工で最適化する方法論を述べたものである。各章をまとめると以下ようになる。

第1章では、本研究の背景、先行研究、目的と意義を述べた。本論文は SQC 手法に基づいて、ガラスの穴あけ加工に技術視点だけでなく経営視点も重視した最適化を適用したことを述べた。そして加工メカニズムの解明、加工形状のモデル化、および加工の最適化を述べた。SQC はもともと製造業における品質改善やコストダウン、生産性改善に活用されてきた。しかしこれからは、SQC の新しい活用法として経営を支援するための手段となる可能性を述べた。

第2章では、硬脆性材料の RUM 加工最適化において、経営的および技術的な課題点を述べ、その対応の必要性を述べた。達成すべき技術的な課題として穴内部を測定し、3次元形状を把握する必要がある、そのためにレプリカ法を開発したことを述べた。レプリカ法によるガラス穴内部の測定は技術的および経営的な判断の下に行われたことを述べた。

第3章では、RUM 加工の基本的な評価特性であるガラス表面の円の直径を取りあげた。そして加工機の3因子と工法の1因子でモデル化した。加工機の3因子は RUM 加工に固有のパラメータで開発要素はない。しかし工法は技術的かつ経営的な視点から新しい最適化のための開発要素がある。そこで、工法ごとに最適解を求める方法と、異なる工法に共通して適用できる最適解を求める方法を提案した。

第4章では、加工断面形状を真円ではなく楕円と仮定し、穴の大きさ、粗さ、歪みを評価した。このとき計測にレプリカ法を採用した。そして真円と楕円が解析に与える影響も評価し、楕円の優位性を述べ、これが加工のメカニズムを解明するうえで有効であることを示した。そして、経営視点では工程が流動準備期にあるときに楕円のような新しい技術特性を導入する利点があることを示した。

第5章では、加工3因子に加えて、工法であるツールの送りモードと工具である加工ツールの粒度を含めた5つの加工因子により、穴加工の3次元形状評価の統計モデルを定義した。そして、加工3因子を内側に、工法と工具の2因子を外側に配置した直積実験を行

い、形状と性状の統計モデルを構築し、加工形状を評価した。ここで RUM におけるツールの重要性を確認し、加工メカニズムを詳細に検討した。

第 6 章では、第 5 章で確認したツールの重要性を考慮して、まず初めに粒度と集中度を変えた 4 種のツールを用意した。その中から RUM 加工に最適なツールを選定するため、Plackett-Burman 計画をたて、12 回の実験を実施した。そして選定された最適なツールを使用して、加工 3 因子を 2 次の効果まで評価するための中心複合計画をたて、40 回の実験を行った。断面形状が楕円であることを仮定し、さらに穴内部を 3 点測定することで 3 次元の形状評価を行った。評価特性は、3 点の中央点における穴径、穴径の入口から出口にかけての変化率、粗さの中心値と入口から出口にかけての変化率の 4 特性とした。そしてこれら 4 特性を最適化する方法として、従来から使用されている同時最適化と本論文で提案する多段階最適化を比較した。最後に、経営視点から評価したとき、利害関係者との合意形成に優れる点で多段階最適化が同時最適化より優れていることを示した。

以上より本論文が技術と経営の両面で企業や社会の価値創造に寄与することを示した。特に加工最適化において、多段階最適化は利害関係者の合意を得るための手段として有効であり、技術の立場から経営的な貢献ができる最適化法であることを述べた。さらにこの方法論は製造業のさまざまな加工に適用可能である。このことから、本論文の方法論は広く社会に貢献できるものであることを示した。

謝辞

本研究は、著者が横河電機に在職した平成 26 年に開始し、平成 27 年 4 月に目白大学大学院経営学研究科経営学専攻博士後期課程に進学後も継続して研究した内容をまとめたものです。この間、多くの方々からご指導、ご助言、ご支援を頂きました。とりわけ、目白大学経営学部教授平林隆一先生には常日頃からご指導を頂きましたこと、感謝申し上げます。また、慶應義塾大学客員教授高橋武則先生には常日頃から丁寧なご指導を頂き謝意申し上げます。また目白大学経営学部教授伊藤利佳先生、社会学部教授張元宗先生には、論文のご指導および数理統計面でのご指導を頂きまして心から感謝申し上げます。

研究の課程で、東京都立産業技術研究センターの樋口栄一氏には、共同研究によるレプリカサンプルの精密測定でたいへんお世話になりました。深く御礼申し上げます。プロソニック株式会社代表取締役の青木茂実氏、斎藤剛氏には超音波援用研削加工について多くのご指導と助言を頂き、さらに研削加工機、ダイヤモンドツール、ガラス材料の提供から、数週間にも渡る加工実験をして頂きましたこと、心から感謝申し上げます。丸本ストルアス株式会社の石川欣一氏、早川祐矢氏には、ガラス研磨および観察、測定をして頂き、貴重なデータを多数提供頂きましたこと、心から感謝申し上げます。オリンパス株式会社の天田雅之氏にはレーザー共焦点顕微鏡による精密測定を実施頂きましたこと、心から感謝申し上げます。株式会社ディスコの天野翼氏、増永真氏には、微小ガラス穴サンプルの精密切断を実施頂きましたこと、心から感謝申し上げます。

博士論文の全体にわたり、懇切丁寧なアドバイスや校正をして頂きました目白大学客員研究員の川崎昌博士、慶應義塾大学の博士課程塩田藍氏には心から感謝申し上げます。英語論文作成では、Editorial なチェックと Innovative なアドバイスも頂きました Kylie Macpherson に心から感謝申し上げます。

最後に、私の研究を支えてくれた妻と娘、温かく見守ってくれた両親や親戚、数多くの友人に感謝致します。ありがとうございました。

引用文献

- Biles, W. E. (1975): "A response surface method for experimental optimization of multiresponse processes," *Industrial and Engineering Chemistry-Process Design and Development*, **14**, 152-158
- Bensoe, M. P. and Kikuchi, N. (1988): "Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **71**, 197.
- Box, G. E. P., Hunter, J. S., and Hunter, W. G. (2005): *Statistics for Experimenters*, Wiley.
- Box, G. E. P., Kacker, R. N., Nair, V. N., Phadke, M., Shoemaker, A. C., and Wu, C. F. J. (1988): "Quality practices in Japan: A group of researches learned some valuable lessons during a tour of high tech companies in Japan," *Quality progress*, **21**, 37.
- Carter, M. W. and Price, C. C. (2001): *Operations Research: A Practical Introduction*, CRC Press.
- Chiabert, P., De Maddis, M., Genta, G., Ruffa, S., and Yusupov, J. (2018): "Evaluation of roundness tolerance zone using measurements performed on manufactures parts: A probabilistic approach," *Precision Engineering*, **52**, 434-439.
- Clark, Kim B. and Fujimoto, T. (1991): *Product Development Performance: Strategy, Organization, and Management in the World Auto Industry*, Harbard Business School Pr.
- Colosimo, B. M. and Pscella, M. (2010): "A comparison study of control charts for statistical monitoring of functional data," *International Journal of production Research*, **48**, 6, 1575-1601.
- Del Castillo, E. and Montgomery, D. C. (1993): "A nonlinear programming solution to the dual response problem," *Journal of Quality Technology*, **25**, 3.
- DeMarco, T. (1982): *Controlling Software Projects: Management, Measurement, and Estimation*, Yourdon Press, Prentice Hall.
- DeMarco, T. (2009): "Software Engineering: An idea whose time has come and gone?" *IEEE Software*, 95.
- Derringer, G. and Suich, R. (1980): "Simultaneous optimization of several response variables," *Journal of Quality Technology*, **12**, 214.
- Fujimoto, M., Wu, Y., Nomura, M., Kanai, H., and Jin, M. (2014): "Surface topography of mini-size diamond wheel in ultrasonic assisted grinding (UAG)," *International Journal of Automation*

Technology, **8**, 4, 569.

Fujimoto, T. (1999): *The Evolution of a manufacturing System at Toyota*, Oxford University Press.

Fujimoto, M. and Ohishi, S. (2019): Wear behavior of cBN grain cutting edge in deep grinding,
Proceedings of 17th International Conference on Precision Engineering, 2018 Kamakur, B-2-4.

藤本隆宏 (2003): 能力構築競争－日本の自動車産業はなぜ強いのか, 中公新書.

Hamada and Wu (1992): “Analysis of designed experiment with complex aliasing,” *Journal of Quality Technology*, **24**, 130–137.

Harrington, E. C. Jr. (1965): “The Desirability Function,” *Industrial Quality Control*, **21**, 10, 494–498.

Hill, W. G., and Hunter, W. G. (1966): “A review of response surface methodology,” *Technometrics*, **8**, 571-590.

Hu, P., Zhang, J. M., Pei, Z. J., and Treadwell, C. (2002): “Modeling of material removal rate in rotary ultrasonic machining: designed experiments,” *Journal of Materials Processing Technology*, **129**, 339-344.

芳賀敏郎, 竹内啓, 奥野忠一 (1976): “重回帰分析における変数選択の新しい基準,” 品質, **6**, 2, 35-41.

ISO9001 2015: “8.7 不適合なアウトプットの管理”.

磯部浩巳, 山田和也, 原圭祐 (2015): “超音波振動するドリルによる加工特性向上, 第 1 報: 食い付き性の改善と振動モードの影響,” 砥粒加工学会誌, **59**, 6, 328-333.

JIS B 0021 (1998): 製品の幾何特性仕様 (GPS)－幾何公差表示方式－形状, 姿勢, 位置及び振れの公差表示方式.

JIS B 0601 (2013): 製品の幾何特性仕様 (GPS)－表面性状: 輪郭曲線方式－用語, 定義及び表面性状パラメータ.

JIS B 4130 (1998): ダイヤモンド/CBN 工具-ダイヤモンド又は CBN 砥粒の粒度.

Joseph, V. R., and Wu, C. F. J. (2002): “Robust parameter design of multiple-target systems,” *Technometrics*, **44**, 338-346.

河村敏彦, 高橋武則 (2013): 統計モデルによるロバストパラメータ設計, 日科技連出版社.

Koshimizu, S. and Aoki, S. (2013): “Micro-grooving of glass using small-diameter diamond

- grindstone with ultrasonic vibration,” *Advanced Materials Research*, **797**, 368-373.
- Khuri, A. I. and Conlon, M. (1981): “Simultaneous optimization of multiple responses represented by polynomial regression functions,” *Technometrics*, **23**, 363-375.
- Leon, R. V., Shoemaker, A. C., and Kacker, R. N. (1987): “Performance measures independent of adjustment: An explanation and extension of Taguchi’s Signal-to Noise Ratios,” *Technometrics*, **29**, 253-285.
- Li, Z. C., Jiao, Y., Deines, T. W., Pei, Z. J., and Treadwell, C. (2005a): “Rotary ultrasonic machining of ceramic matrix composites, feasibility study and designed experiments,” *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **45**, 1402.
- Li, Z. C., Jiao, Y., Deines, T. W., Pei, Z. J., and Treadwell, C. (2005b): “Modeling of material removal rate in rotary ultrasonic machining: designed experiments,” *Journal of Materials Processing Technology*, 6137, 1.
- Li, Z. C., Pei, Z. J., Sisco, T., Micale, A. C., and Treadwell, C. (2007): “Experimental study on rotary ultrasonic machining of graphite/epoxy panel,” *Proceedings of ASPE Spring Topical Meeting on Vibration Machining Technology*, **40**, 52-57.
- Lin, D. K. J., and Draper, N. R. (1992): “Projection properties of Plackett and Burman design,” *Technometrics*, **34**, 423.
- 松岡芳彦, 河野正道, 高瀬修 (2004): “レーザーマイクロドリル穴形状のレプリカを用いた評価,” *レーザー研究*, **32**, 8, 535.
- 丸本ストラス: RepliSet レファレンス・ガイド.
- Myers, R. H., and Carter, W. H. Jr. (1973): “Response surface techniques for dual response systems,” *Technometrics*, **15**, 301-317.
- Myers, R. H., Montgomery, D. C., and Anderson-Cook, C. M. (2009): *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, 3rd. Edition, Wiley..
- Miller, A. and Wu, C. F. J. (1996): “Parameter design for signal-response system: A different look at Taguchi’s dynamic parameter design,” *Statistical Science*, **11**, 2, 122-136.
- 三浦勝弘, 松葉正, 塚本貴雄, 広瀬一, 古田島秀夫 (2015): ポイントオートフォーカス式超

- 精密全周三次元測定装置 (MLP-2SP) の開発と実用化, 精密工学会誌, **81**, 2, 113
- 宮川雅巳 (2000): 品質を獲得する技術, 科技連出版社
- 宮川雅巳 (2003): “SQC からみたタグチメソッド,” 品質, **33**, 1, 27-35.
- 宮川雅巳 (2008): 問題の発見と解決の科学 SQC の基本, 日本規格協会.
- Montgomery, D. C. (2005): *Design and Analysis of experiments*, 6th ed., Wiley.
- 仁科健 (2009): 統計的工程管理, 朝倉書店.
- Nicholson, T. A. J., and Pullen. R. D. (1969): “Statistical and Optimization Techniques in the Design for Rubber Compounds,” *Computer Aided Design*, **1**, 1, 39–47.
- 野中郁次郎, 竹中弘高 (1996): 知識創造企業, 東洋経済新報社
- Ogawa, A., and Takahashi, T. (2014): “Activity to improve and promote TQM systems”, *Proceedings of International Conference on Quality '14-Tokyo, Japan*, V3-21, 564.
- Ogawa, A., and Takahashi, T. (2015): “Design for multi characteristics using multi input and hierarchical structure model: Total optimization of glass parts manufacturing process,” *Proceedings of the 13th Asian Network for Quality Congress, Taipei*, JP-33.
- Ogawa, A., and Takahashi, T. (2016): “Optimum design for reverse engineering,” *Proceedings of the 14th Asian Network for Quality Congress, Vladivostok*, DP-6 (JP-05).
- Ogawa, A., and Takahashi, T. (2017): “Optimization of processing from quality management point of view” *Proceedings of the 15th Asian Network for Quality Congress, Kathmandu*, JP-018.
- Ogawa, A., Takahashi, and Higuchi, E. (2019): “Three-dimensional small glass hole evaluation using replica method and multiple characteristics optimization by stepwise procedure,” *Journal of Japan Society for Precision Engineering, Special issue of ICPE 2018*, in printing.
- 小川昭, 高橋武則 (2016): “加工形状描写関数に統計モデルを用いた穴加工の最適化,” 目白大学経営学研究, **14**, 51-62.
- 小川昭, 高橋武則、樋口英一 (2017a): “レプリカ法による微小穴形状の解析 ; 研削加工で形成したガラス穴の測定と解析,” 砥粒加工学会誌, **61**, 3, 151-153.
- 小川昭, 高橋武則 (2017b): “統計モデルによる機械加工の最適化,” 品質, **47**, 3, 55-60.
- 小川昭, 高橋武則、樋口英一 (2017c): “レプリカ法によるガラス微小穴内部形状の間接測定,

- 第1報：研磨断面直接測定との比較,” 砥粒加工学会誌, **61**, 12, 659-665.
- 小川昭, 高橋武則 (2017d): “統計解析に基づく加工工程の総合的最適化,” 目白大学経営学研究, **15**, 17-34.
- 小川昭, 高橋武則 (2018): “統計解析に基づき経営視点を重視した機械加工工程の総合的最適化,” 目白大学経営学研究, **16**, 55-70.
- 小川昭, 高橋武則(2019a): “楕円に基づく解析による回転穴加工形状の評価事例,” 品質, **49**, 1, 95-100.
- 小川昭, 高橋武則, 樋口英一(2019b): “レプリカ法によるガラス微小穴内部形状の間接測定, 第2報：縦軸切断面直接測定との比較,” 砥粒加工学会誌, 印刷中.
- 小川昭, 高橋武則(2019c): “実験計画法に基づく超音波回転穴加工の3次元加工形状評価モデル構築と加工メカニズム解明,” 精密工学会誌, 印刷中.
- 小川昭, 高橋武則(2019d): “マネジメントの視点に基づくガラス部品の回転穴加工最適化,” 目白大学経営学研究, **17**, 印刷中.
- 奥野忠一, 久米均, 芳賀吉郎, 吉澤正 (1981): 多変量解析 改訂版, 日科技連出版社.
- 奥野忠一, 片山善三郎, 上郡長昭, 伊藤哲二, 入倉則夫, 藤原信夫 (1986): 工業における多変量データの解析, 日科技連.
- Ohishi, K., Tada, K., Nakazawa, K., Ohkawa, N., Tukamota, S., and Nakajima, T. (2003): “Improving process of surface roughness with super-soft grade resinoid bond wheel (1st report)-Minimizing phenomenon of surface roughness after starting grinding process,” *Journal of Japanese Society for Precision Engineering*, **69**, 6, 803.
- Plackett, P. T., and Burman, J. P. (1946): “The design of optimum multi-factorial experiments,” *Biometrika*, **33**, 305-325.
- OLYMPUS: <https://www.olympus-ims.com/ja/metrology/ols5000/>
- Onishi, T., Nishi, K., Moriaki, S., Nakabayashi, Y., and Ohashi, K. (2018): “Improvement of shape accuracy in internal grinding using a slender grinding wheel; Prediction of suitable spark-out duration with intelligent grinding system,” *Proceedings of the 17th ICPE2018 Kamakura*, B-2-5

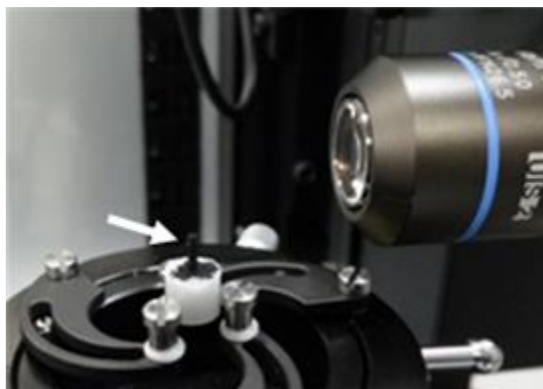
- Pei, Z. J., Prabhakar, D., Ferreira, P. M., and Haselkon, M. (1995): "A mechanistic approach to the prediction of material removal rates in rotary ultrasonic machining," *The American Society of Mechanical Engineering*, **117**, 2, 142-151
- Phadke, M. S., Kacker, R. N., and Speeney, D. V. (1983): "Off-line quality control in integrated circuit fabrication using experimental design," *The Bell System Technical Journal*, **62**, 1273.
- Phadke, M. S. (1989): *Quality Engineering Using Robust Design*, Englewood Cliffs, Prentice-Hall.
- Roshan, J. V. and Wu, C. F. J. (2002): "Robust Parameter Design of multiple-target systems," *Technometrics*, **44**, 4, 338-346.
- Roshan, J. V. (2003): "Robust Parameter Design with feed-forward control," *Technometrics*, **45**, 4, 284-292.
- 澤近洋史 (2002): "レプリカ法による微小穴等の形状測定," *材料試験技術*, **47**, 2, 10-15.
- Schmit, L. A. (1960): "Structural design by systematic synthesis," *Proceedings of Second Conference on Electronic Computation ASCE*, 105.
- Schoemaker, A. C., Tsui, K. L., and Wu, C. F. (1991): "Economical Experimentation Methods for robust design," *Technometrics*, **33**, 4, 415-427.
- 高橋武則 (1991): "問題を構成する要素と構造," *品質*, **21**, 129-139.
- 高橋武則 (1993): *統計モデルと QC 的問題解決法*, 日本規格協会.
- 高橋武則, 河村敏彦 (2013): "非線形システムに対するロバストパラメータ設計," *品質*, **43**, 2, 85-93.
- 田口玄一 (1986): "品質工学への道," *品質*, **16**, 2, 127-136.
- 田口玄一 (1999): *品質工学の数理*, 日本規格協会.
- TAYLOR HOBSON: <https://www.taylor-hobson.jp>.
- Thoe, T. B., Aspinwall, D. K., and Wise, M. L. H. (1998): "Review on Ultrasonic Machining," *Tools Manufacturing*, **38**, 4, 239-255.
- Vinning, G. G. and Mayers, R. H. (1990): "Combining Taguchi and response surface philosophies: A dual response approach," *Journal of Quality Technology*, **22**, 38-45.
- Wang, J., C., and Wu, C. F. J. (1995): "A hidden projection property of Plackett-Burman and related

- designs,” *Statistica Sinica*, **5**, 235.
- Wu, Y., Nomura, M., and Tachibana, T. (2009): “Precision internal grinding using ultrasonically assisted grinding technique,” *Journal of the Japan Society for Abrasive Technology*, **53**, 12, 729.
- Wu, C. F. J., and Hamada, M. S. (2009): *Experiments: Planning Analysis and Optimization (2nd ed.)*, Wiley.
- 米山陽, 石黒輝雄, 佐野正明, 清水毅 (2015): “超音波振動するドリルによる加工特性向上, 第1報: 食い付き性の改善と振動モードの影響,” 砥粒加工学会誌, **59**, 6, 328-333.
- 山田崇恭 (2016): “トポロジー最適化の新展開 (小特集 最適化の現状と将来),” シミュレーション, **35**, 4, 240.
- 山田秀 (2004): 実験計画法: 方法偏, 日科技連.
- 吉澤正, 芳賀敏郎 (1992): 多変量解析事例集: 第1集, 日科技連.
- Zhao, Z., Li, B., Zhang, G., Yu, H., Wang, W., He, X., Hou, X., Cheng, X., Yao, B. (2017): “Study on the evaluation of cylinder’s global sizes,” *Precision Engineering*, **49**, 189-199.
- Zienkiewicz, O. C., and Campbell, J. S. (1973): *Optimum Structural Design: Theory and applications*, 109-126, Wiley.

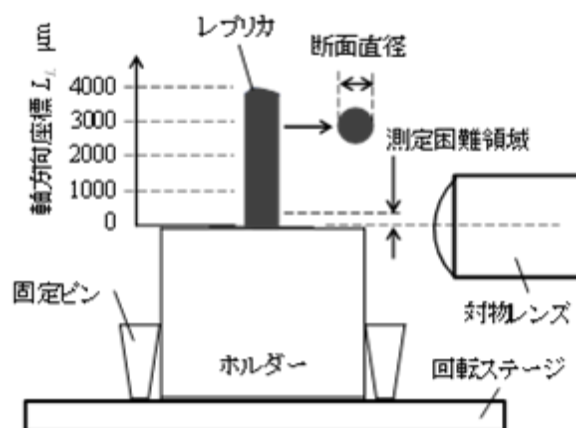
付録

I レプリカ法

付録図I-1 はガラス穴を転写したレプリカを三鷹光機製非接触外周測定機：MLP-2 の回転ステージに搭載した様子を示す。このとき付録図I-2 に示す非接触測定が行われる。レプリカとホルダーの境界が測定困難領域として表示されている。

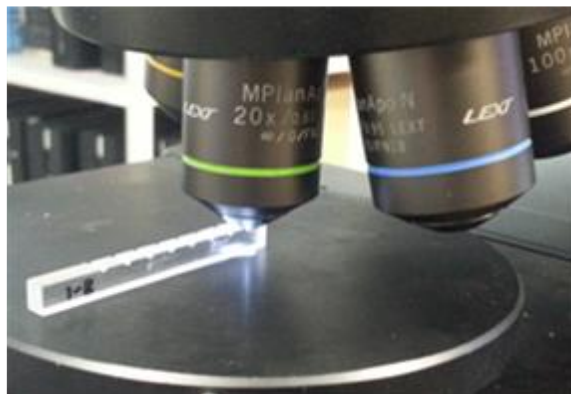


付録図I-1 レプリカの外周の非接触測定

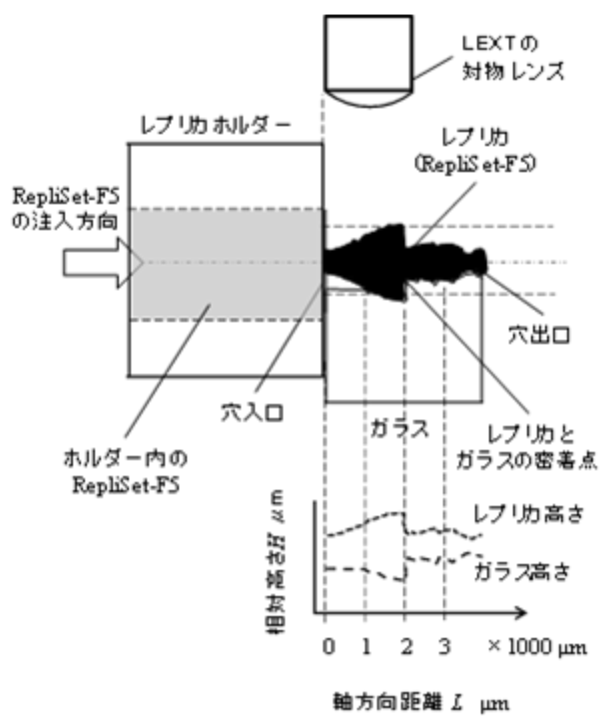


付録図I-2 レプリカの外周の非接触測定の詳細

付録図I-3 は RUM 加工したガラス穴を、穴の軸に並行に2つに切断し、穴内部の半円筒形状を OLYMPUS 製レーザー顕微鏡 (OLS LEXT5000) で測定している様子を示す。詳細は OLYMPUS 社のホームページ参照。またガラス穴とレプリカの関係が付録図I-4 に示す。これにより、ガラスとレプリカを非接触測定し、比較することが可能となる。

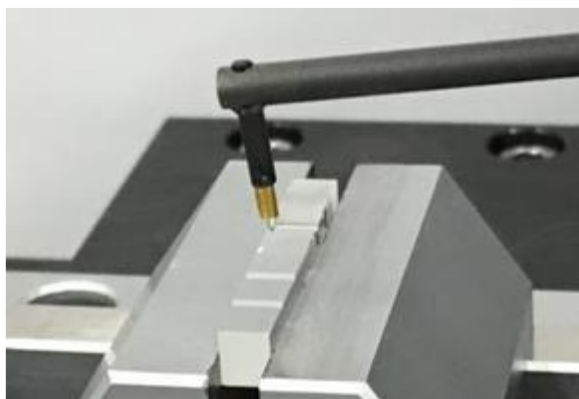


付録図 1-3 ガラスの直接測定

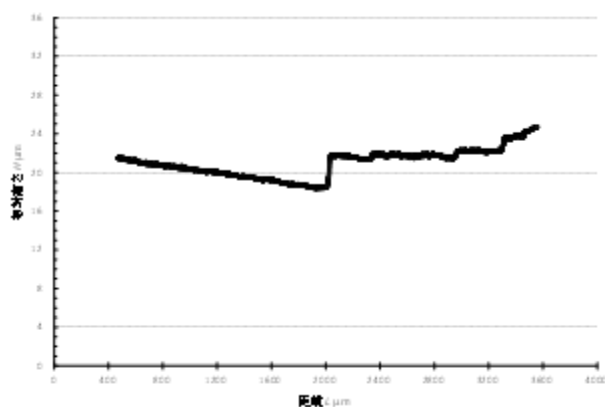


付録図I-4 ガラスとレプリカの非接触測定の詳細

付録図I-5 は、前述したガラスの切断品の穴内部の半円筒形状の溝を TAYLOR HOBSON 社製表面粗さ計 FORM TALYSURF2 で測定している様子を示す。触針子先端径は $5\mu\text{m}$ である。詳細は TAYLOR HOBSON 社のホームページ参照。その測定結果を付録図I-6 に示す。触針子をガラスの溝にセットするが、その端面位置より内側から測定を開始するため、付図I-6 のデータは初期データが欠測している。



付録図I-5 ガラスの接触式測定の詳細



付録図I-6 ガラスの接触測定の結果

II 3章：穴直径の変数選択前の分散分析表

3章では変数選択後の分散分析表を表3-6に示した。変数選択前を下表に示す。

付録表II-1 変数選択前の推定式 $\hat{Y}(\mathbf{x}; M)$ に対する分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値	R^2
x_1	2.21E-3	1	2.21E-3	3.0E+27	<0.0001	4.83
x_2	5.48E-3	1	5.48E-3	7.4E+21	<0.0001	11.97
x_3	7.57E-3	1	7.57E-3	1.0E+28	<0.0001	16.55
$x_1 \times x_2$	0.40E-3	1	0.40E-3	5.4E+26	<0.0001	0.87
$x_1 \times x_3$	0.29E-3	1	0.29E-3	3.9E+26	<0.0001	0.63
$x_2 \times x_3$	0.90E-3	1	0.90E-3	1.2E+27	<0.0001	1.97
M	19.6E-3	1	19.60E-3	2.7E+28	<0.0001	42.85
$x_1 \times M$	0.20E-3	1	0.20E-3	2.7E+26	<0.0001	0.43
$x_2 \times M$	0.04E-3	1	0.04E-3	4.9E+25	<0.0001	0.08
$x_3 \times M$	6.40E-3	1	6.40E-3	8.7E+27	<0.0001	13.99
$x_1 \times x_2 \times M$	0.06E-3	1	0.06E-3	8.7E+25	<0.0001	0.14
$x_1 \times x_3 \times M$	2.50E-3	1	2.50E-3	3.4E+27	<0.0001	5.47
$x_2 \times x_3 \times M$	0.10E-3	1	0.10E-3	1.4E+26	<0.0001	0.22
モデル	45.74E-3	13	3.52E-3	4.8E+27	<0.0001	100.0
誤差	1.48E-30	2	7.40E-31			0.00
全体	45.74E-3	15				

Ⅲ L16 直交表によるパラメータの確認

3 章の直積実験について、 $L_{16}(2^{15})$ 直交表を利用してパラメータを確認する。平方和と寄与率は付録表Ⅱ-1 分散分析表と一致している。

付録表Ⅲ-1 $L_{16}(2^{15})$ 直交表と 3 章における Y のパラメーの確認

	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	[10]	[11]	[12]	[13]	[14]	[15]	測定値	
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1.075	
2	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1.089	
3	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1.165	
4	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1.039	
5	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1.119	
6	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1.109	
7	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1.229	
8	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1.099	
9	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1.136	
10	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1.078	
11	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1.193	
12	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1.095	
13	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1.152	
14	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1.086	
15	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1.229	
16	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1.143	
成分	a	b	a b	c	a c	b c	a b c	d	d	b	a b	d	c d	a c d	b c d	a b c d	
要因	X1	X2	X1X2	X3	X1X3	X2X3	X1X2X3	S	X1S	X2S	X1X2S	X3S	X1X3S	X2X3S	X1X2X3S	全平均	
[-1]効果	-0.0117	-0.0185	0.0050	-0.0217	-0.0042	-0.0075	0.0000	0.0350	0.0035	0.0015	-0.0020	0.0200	-0.0125	-0.0025	0.0000	1.1273	
[1]効果	0.0118	0.0185	-0.0050	0.0218	0.0043	0.0075	0.0000	-0.0350	-0.0035	-0.0015	0.0020	-0.0200	0.0125	0.0025	0.0000		
要因 平方和	2.21E-03	5.48E-03	4.00E-04	7.57E-03	2.89E-04	9.00E-04	0.00E+00	1.96E-02	1.96E-04	3.60E-05	6.40E-05	6.40E-03	2.50E-03	1.00E-04	0.00E+00	全平方和 0.04574	
寄与率(%)**	4.83	11.97	誤差2*	16.55	0.63	1.97	誤差1*	42.85	0.43	誤差2*	誤差2*	13.99	5.47	誤差2*	誤差1*	寄与率 100	
自由度調整 寄与率(%)***	4.61	11.75	誤差2*	16.33	0.41	1.75	誤差1*	42.63	0.21	誤差2*	誤差2*	13.77	5.25	誤差2*	誤差1*		

誤差1: 計画段階で要因に採用されていないもの。誤差2: 寄与率が3%以下で変数選択されなかった要因

寄与率(%)** = (要因平方和 - 誤差1平方和) * 100 / 全平方和

自由度調整寄与率(%)*** = (要因平方和 - (誤差1平方和 + 誤差2平方和) / (誤差1自由度 + 誤差2自由度)) * 100 / 全平方和

IV 4章：L16 直交表によるパラメータの確認

4章では変数選択後の分散分析表を表 4-2 に示した。変数選択前を下表に示す。

付録表IV-1 変数選択前の L の分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F 比	p 値	R^2
x_1	9.47	1	9.47	99.8	0.064	3.69
x_2	19.63	1	19.63	207.0	0.044	7.70
x_3	2.83	1	2.83	29.8	0.115	1.08
x_4	3.99	1	3.99	42.1	0.097	1.53
$x_1 \times x_2$	53.56	1	53.56	564.6	0.027	21.06
$x_1 \times x_3$	2.76	1	2.76	29.1	0.117	1.05
$x_1 \times x_4$	74.43	1	74.43	784.6	0.023	29.27
$x_2 \times x_3$	2.61	1	2.61	27.5	0.120	0.99
$x_2 \times x_4$	32.44	1	32.44	342.0	0.034	12.74
$x_3 \times x_4$	0.08	1	0.08	0.9	0.525	0.00
$x_1 \times x_2 \times x_3$	2.27	1	2.27	24.0	0.128	0.86
$x_1 \times x_2 \times x_4$	34.80	1	34.80	366.8	0.033	13.67
$x_1 \times x_3 \times x_4$	6.55	1	6.55	69.0	0.076	2.54
$x_2 \times x_3 \times x_4$	8.37	1	8.37	88.2	0.068	3.26
モデル	253.79	14	18.13	191.1	0.057	99.44
誤差	0.10	1	0.10			0.56
全体	258.89	15				

V L32 直交表によるパラメータの確認

5 章の穴の拡大量 L における中心化切片 k_0 について、直交表を $L_{32}(2^{31})$ 利用して式(5-14)の k_0 を確認する。

付録表V-1 $L_{32}(2^{31})$ 直交表による 5 章 L の k_0 パラメーの確認

	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	[10]	[11]	[12]	[13]	[14]	[15]	[16]	[17]	[18]	[19]	[20]	[21]	[22]	[23]	[24]	[25]	[26]	[27]	[28]	[29]	[30]	[31]	中心値		
1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	18.77		
2	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	17.10		
3	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	17.07		
4	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	18.27		
5	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	14.83		
6	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-1	15.13		
7	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	15.27		
8	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	15.43		
9	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	14.83	
10	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	15.90	
11	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	13.70	
12	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	14.00	
13	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	15.07	
14	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	14.47
15	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	29.73
16	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1	24.43
17	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	13.80	
18	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	13.73	
19	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	13.30	
20	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	11.97	
21	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	11.93	
22	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	11.23	
23	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	12.47	
24	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	13.40	
25	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	12.43	
26	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	12.63	
27	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	14.47	
28	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	11.27	
29	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10.53	
30	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	10.83	
31	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	11.10	
32	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10.20
成分	a		a		a		a		a		a		a		a		a		a		a		a		a		a		a		a		a	
		b	b			b	b			b	b			b			b	b			b	b			b	b			b	b			b	
効果				c	c	c	c					c	c	c	c				c	c	c	c												
								d	d	d	d	d	d	d											d	d	d	d	d	d	d	d		
															e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e		
効果	T	M	TM	X1	TX1	MX1	TMX1	X2	TX2	MX2	TMX2	X1X2	TX1X2	MX1X2	TMX1X2	X3	TX3	MX3	TMX3	X1X3	TX1X3	MX1X3	TMX1X3	X2X3	TX2X3	MX2X3	TMX2X3	X1X2X3	TX1X2X3	MX1X2X3	TMX1X2X3	全平均		
[-1]効果	2.46	-0.06	0.58	-0.09	0.83	-0.98	-1.26	-0.71	0.65	-0.67	0.66	1.04	0.77	-0.65	1.00	0.29	0.01	0.22	-0.07	0.07	-0.32	0.23	-0.28	0.22	0.05	0.41	-0.10	0.06	-0.38	0.05	-0.01	14.67		
[1]効果	-2.46	0.06	-0.58	0.09	-0.83	0.98	1.26	0.71	-0.65	0.67	-0.66	-1.04	-0.77	0.65	-1.00	-0.29	-0.01	-0.22	0.07	-0.07	0.32	-0.23	0.28	-0.22	-0.05	-0.41	0.10	-0.06	0.38	-0.05	0.01			

VI 行列を用いた最小 2 乗法によるパラメータの推定

5 章の直積実験について、行列を用い最小 2 乗法による推定を以下に示す。得られたデータを \mathbf{y} 、計画行列を \mathbf{X} 、パラメータ（母数）を $\boldsymbol{\beta}$ 、誤差を $\boldsymbol{\varepsilon}$ を行列形式で表すと式(VI-1)となり、その関係は式(VI-2)となる。

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}, \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{pmatrix}, \boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix}, \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix} \quad (\text{VI-1})$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{VI-2})$$

ここで誤差（残差）平方和を S とすると、式(VI-3)が得られる。

$$\begin{aligned} S &= \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'(\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\ &= \mathbf{y}'\mathbf{y} - \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{y} - \mathbf{y}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \\ &= \mathbf{y}'\mathbf{y} - 2\boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \end{aligned} \quad (\text{VI-3})$$

パラメータ $\boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix}$ の最小二乗推定量を $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$ とすると式(VI-4)を持たす必要があ

る。その結果 \mathbf{b} は (VI-5) により求まる。

$$\left. \frac{\partial S}{\partial \beta} \right|_b = -2\mathbf{X}'\mathbf{y} + 2\mathbf{X}'\mathbf{X}\mathbf{b} = 0 \quad (\text{VI-4})$$

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} \quad (\text{VI-5})$$

ここで \mathbf{X} および \mathbf{X}' は式(VI-6)および式(VI-7)となる

[illegible]

[illegible]

この結果 $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ は式(VI-8)となる。これは式 (VI-9) で示すように対角成分が 32 である単位行列 $32\mathbf{I}$ である。よって $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ の逆行列 $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ は式(VI-10)に示すように対角成分が 1/32 である単位行列 $1/32\mathbf{I}$ となる。

(VI-8)

(VI-9)

(VI-10)

以上より求める \mathbf{b} は、 \mathbf{y} のデータを代入して式(VI-11)となる。右側には対応する効果を記載した。この値は付録表Ⅲ-1 の下段に示した値と一致する。

$$\mathbf{b} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} = \frac{1}{32} \mathbf{X}' \begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} 18.77 \\ 17.10 \\ 17.07 \\ 18.27 \\ 14.83 \\ 15.13 \\ 15.27 \\ 15.43 \\ 14.83 \\ 15.90 \\ 13.70 \\ 14.00 \\ 15.07 \\ 14.47 \\ 29.73 \\ 24.43 \\ 13.80 \\ 13.73 \\ 13.30 \\ 11.97 \\ 11.93 \\ 11.23 \\ 12.47 \\ 13.40 \\ 12.43 \\ 12.63 \\ 14.47 \\ 11.27 \\ 10.53 \\ 10.83 \\ 11.10 \\ 10.20 \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} 14.67 \\ -2.46 \\ 0.06 \\ -0.58 \\ 0.09 \\ -0.83 \\ 0.98 \\ -1.26 \\ 0.71 \\ -0.65 \\ 0.67 \\ -0.66 \\ 1.04 \\ -0.77 \\ 0.65 \\ -1.00 \\ -0.29 \\ -0.01 \\ -0.22 \\ 0.07 \\ -0.07 \\ 0.32 \\ -0.23 \\ 0.28 \\ -0.22 \\ -0.05 \\ -0.41 \\ 0.10 \\ -0.06 \\ 0.38 \\ -0.05 \\ 0.01 \end{array} \right| \begin{array}{l} \text{全平均} \\ T \\ M \\ TM \\ X1 \\ TX1 \\ MX1 \\ TMX1 \\ X2 \\ TX2 \\ MX2 \\ TMX2 \\ X1X2 \\ TX1X2 \\ MX1X2 \\ TMX1X2 \\ X3 \\ TX3 \\ MX3 \\ TMX3 \\ X1X3 \\ TX1X3 \\ MX1X3 \\ TMX1X3 \\ X2X3 \\ TX2X3 \\ MX2X3 \\ TMX2X3 \\ X1X2X3 \\ TX1X2X3 \\ MX1X2X3 \\ TMX1X2X3 \end{array}$$

(VI-11)