目白大学　経営学研究
第16号　2018年　39-54

論文

HOPE理論に基づく戦略的包括型設計法

Strategic Inclusive Design Based on HOPE Theory

高橋　武則
(Takenori TAKAHASHI)

【要　約】
本研究は質経営において技術者が質創造のための有用で効果的な解を獲得することができる戦略的包括型設計を提案する．この方法はPlacketとBurmanが提案したL12とそれに加えてL16 /RSMと回帰調整を用いる．L12は近似的resolution Ⅳタイプのために多くの設計因子があるときに実験サイズの増加を抑制するために有効な混合型の直交配列である．しかしこれまではスクリーニング実験として用いられてきた．本研究ではこれに新しい考えで手を加えて戦略的なL12として用いている．提案方法は技術者が効率的に実験を行う上で有用なものである．

キーワード：戦略的包括型設計，近似的resolution Ⅳ，スクリーニング実験，直交配列，回帰調整

【Abstract】
This paper proposes strategic inclusive design (SID) by HOPE theory which enables engineers to get useful and effective solution rationally for quality creation in Quality Management. It uses L12 proposed by Placket-Burman , L16 /RSM and regression arrangement. L12 is a mixed-level orthogonal array which is powerful to restrain the increase in the experiment size when there are many design factors, because it is approximate resolution Ⅳ type. However, it is used as a design for screening experiments until now.　This paper uses it as strategic L12 by transforming this with new idea. Proposed method is useful when engineer performs experiment.

Keyword：Strategic inclusive design, Approximate resolution Ⅳ, Screening experiment, Orthogonal array,Regression arrangement.

1．はじめに

質経営には質保証（既存の質を保証すること）と質創造（新規の質を生み出すこと）の２つの核があり，そして両者は交互に取り組むべきものである．とりあえず今日（現在）を何とか凌いでも，質保証がなければ明日（近未来）がないし，質創造がなければ明後日（遠未來）はない．本研究は質創造に主な軸足を置き，戦略的な設計法を提案する．その内容の中核はL12実験[6]とそれに加えてL16 /RSM実験と回帰調整の合計３つを戦略的に組み合わせて運用することであり，それによって質創造を確

たかはしたけのり：経営学部客員研究員（元教授）

平成29年10月６日 受付
平成29年11月27日 改訂
平成29年12月１日 採択（紀要編集委員会）

実に実現することが狙いである．本研究では，これを戦略的包括型設計法（Strategic Inclusive Design）あるいはSIDと略記する．

SIDは三段構えのアプローチである．三段構えの意味は「支障の起こった場合を考えて，前もって三つの段階の対応法を用意しておくこと」である．すなわち，第一段階はL12実験での設計にトライし，これが微妙な場合には第二段階のL16/RSM実験をトライして設計し，いずれも実現確認の段階で微妙な場合には第三段階で最後の抑えとして回帰調整を行う．３つのものはそれぞれに特徴（長所と短所）があり，これらを組み合わせることで盲点をなくして質創造の確実な実現を図るものである．第一段階のL12実験をスクリーニング実験と決めつけるものではないこと，第二段階のL16/RSMは場合によってスキップするということ，そして第三段階の回帰調整は最後の抑えとしての確実な着地のためのものであるということが特徴である．

L12では複数の交互作用が交絡するが，本研究ではこれを堆積交互作用と呼び，これと純粋誤差が混じりあったものを堆積誤差と呼ぶ．交互作用の交絡は悩ましいものではあるが，これを逆手にとって堆積誤差を活用する．すなわち不適合度検定（Lack-of-Fit tests）を応用する．なお，純粋誤差は実験時に繰り返しで情報を取るのではなく，事前に把握することを準備の一つとしている．

SIDをパワフルに進めるために実験計画法[14]，[15]，[16]と重回帰分析と最適化（数理計画法）の三拍子が揃わなければならない．

- 実験計画法：良いデータをとるための要件
- 重回帰分析：対象の構造の客観化の手段[3]，[8]
- 最適化（数理計画法）：設計目的実現のための求解法

本研究はこの理論的な仕組みを明らかにするとともに，実施のための指針を示す．

SIDを進める上で，因子の水準幅が狭い・広いということは設計で用いる模型の次数にかかわる重要なものである．一般的に狭ければ１次項（主効果）のみでよく，中程度ならば積項（交互作用）までが必要で，広ければ積項に加えて２次項まで必要とする．このことはテイラー展開（テイラー級数）の構造から明らかである．これはある点の周りでの関数の多項式展開のことであり，本研究の場合におけるある点とは実験空間の重心を意味し，量産時には標準条件のことを意味する．多変数関数を実験空間の重心の近くで展開することを考える場合，実験の水準幅が狭ければ１次項（主効果）のみで，少し広ければ積項までを，さらに広ければ２次項までを扱うことになる．なお，平行移動により実験空間の重心を原点として重心からの差を扱うようにすると（量産時には作業標準の示す水準からの差を扱えば），テイラー展開はマクローリン展開となり数式はシンプルになる．しかし，本質的なロジックについては同じである．

ところで，水準幅の狭い・広いについては相対的でかつ漠然としていて実験前にはクリアには分からず，実験を行ってみて初めて分かるというケースが少なくない．状況が不透明な場合には，計画は全体として戦略的に組む必要がある．時には２次項までを要する場合があり，この場合には応答曲面法を用いる．それらの判断を最初に行うL12を工夫して戦略的な計画（意図的に空列を作るとともに中心点で繰り返しを行う計画）にして実行する．

直交表L12は近似的にResolution Ⅳ[4]であるために多くの場合にスクリーニング計画として用いられている．しかしL12は少ない実験回数で多くの因子が扱えるので，これを戦略的に活用することができる．そして実務では，関係者の期待を背負い手間とコストをかけて設計をトライした場合には何としても成功することが求められる．そのために必要なものを一まとめにした包括法を提案する．そこでは少し手を加えたL12が戦略的に重要な役割を果たす．

なお，設計法の説明を具体的に行う場合において，シンプルな実事例（比喩的な例ではなく実施された例）として「紙ヘリコプター」[1]，[7]，[13]を取り上げる．

２．テイラー展開による近似式と工学における設計

実験を行って近似式（模型）を作成しようとする場合に多くの人が悩むのは式の構造である．１次式で良いのか，積項が必要なのか，あるいは２次項までを必要とするのかについて

実験の前に明確な情報があるということはほとんどない．しかし，テイラー展開を応用すると合理的なアプローチが考えられる．

対象とする$f(x)$は複雑な 1 変数関数であるとする．1 変数関数に関する点aの近傍でのテイラー展開は以下に示す通りである．

$$f(x)=f(a)+f^{'}(a)(x-a)+\frac{1}{2}f^{''}(a)(x-a)^2 +\cdots+\frac{1}{n!}f^{(n)}(a)(x-a)^n+\cdots \quad (1)$$

これより明らかなことは，点aそのものならば定数 $f(a)$となる．点aのごくごく近傍ならば 1 次式で近似でき，少し離れたら 2 次式の近似が必要になる．かなり離れたら高次式の近似が必要になるが，実務の多くの場合にはそれほど離れることはあまりない．したがって，1 次式近似か 2 次式近似で多くの場合は事足りる．

次に分かり易い説明のために一般形の最小形として．2 変数関数を取り上げる．この場合も対象とする 2 変数関数は複雑なものとする．これに関する点(a,b)の近傍でのテイラー展開は以下の通りである．

$$\begin{aligned} f(x_1,x_2) &= f(a,b)+\frac{\partial f(a,b)}{\partial x_1}(x_1-a)+\frac{\partial f(a,b)}{\partial x_2}(x_2-b) \\ &\quad +\frac{\partial^2 f(a,b)}{\partial x_1 \partial x_2}(x_1-a)(x_2-b) \\ &\quad +\frac{1}{2}\frac{\partial^2 f(a,b)}{\partial x_1 \partial x_1}(x_1-a)^2+\frac{1}{2}\frac{\partial f^2(a,b)}{\partial x_2 \partial x_2}(x_1-b)^2+\cdots \\ &= c_0+c_1(x_1-a)+c_2(x_2-b)+c_{12}(x_1-a)(x_2-b) \\ &\quad +c_{11}(x_1-a)^2+c_{22}(x_2-b)^2+\cdots \end{aligned} \quad (2)$$

点(a,b)そのものならば定数 $f(a,b)$となる．この点から離れた場合にはその離れ具合で以下のことが言える．

①ごく近傍ならば 1 次項までで近似ができる．
②少し離れたならば積項までで近似ができる．
③更に離れた場合は 2 次項までで近似ができる．

このことを踏まえて次のように設計を行うことができる．

＊データを取って回帰分析を用いれば必要な範囲における近似式を求めることができる．
＊設計においては真の関数 $f(x_1,x_2)$を知る必要はなく，十分な近似式で良いのである．

以上のことは多変数関数のテイラー展開においても同様であるが，多変数の場合には式が複雑になるためにその説明は割愛する．

【参考】標準が順守された工程のデータに正規分布が適用できるのは次のように説明ができる．標準とは多変数空間のある一点を意味し，それを順守するということはこの点の近傍で作業が行われることを意味する．標準順守とはこの点からのずれが微小で，しかもそれはランダムに動くために変数は確率変数と考えられ，第2項以下は微小な確率変数の和となる．多数の確率変数の和は中心極限定理により正規分布に近づく．

したがって，適切な実験計画を用いてデータを取り，重回帰分析を行うことで必要な近似模型を得ることができる．重要なことは，どのような模型に対してどのような実験計画を用いたら良いかということになる．

しかしながら，設計対象に関する必要な模型の次数は事前にはクリアに分からない．多くの場合にはとりあえず見当をつけてアプローチはするが，実際には柔軟にかつ臨機応変にアプローチすることが重要である．

３．HOPE理論の概要

３－１　HOPEに基づく超設計の構造

設計を体系的に議論するためには扱う設計理論の構造を可視化する必要がある．図 1 の左側に示すように設計理論の根本は概念にあり，それを中核にして技法と道具とこれらを用いた設計で構成される．図 1 の右側に示すように本研究の場合は概念としてHOPE（Hyper Optimization for Prospective Engineering）[9],[10],[11],[12]があり，用いる技法の本質はカプセル最適化[11]である．カプセルとは合成関数のことである．具体的な設計では，カプセルはその中に設計因子の関数を構造的に封じ込めるとともに可視化したものである．これを階層構造化して多種のカプセルを作り，これを用いて最適化することで設計を行う．カプセル化することにより，定式化ではどの階層のものでも混在して取り上げて定式化に用いることが可能であり，解が得られた時点ではどの階層のものでも解を代入した状態を見る（把握する）ことができるのである．

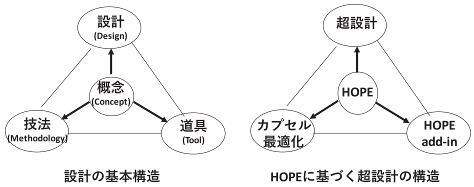

図１　HOPEに基づく超設計の構造

３－２　超因子と超構造関数・係数関数・超設計・超最適化

関数の独立変数（因子）の中から特別な因子を指定してこれを超因子と呼び，それに基づいて多項式を構成した関数を超構造関数と呼ぶ[10]．この超構造関数（上位の関数）において，設計因子は超因子の多項式の係数部分を関数（下位の関数）として構成することになるが，これを係数関数と呼ぶ．そして，超構造関数に基づいて行う設計を超設計と呼ぶ．そして設計は数理的な観点からは関数に基づく最適化であるため，超設計は超構造関数に基づく最適化なのでこれを超最適化と呼ぶ．最もシンプルな場合として①超因子が１個，②設計因子は２個，③超構造関数は超因子の１次式，④係数関数も１次式という場合を以下に紹介する．

最初に取り上げるものは超設計の特徴を明らかにするために超因子を指定しない場合である．

$$\begin{aligned} y &= f(h, x_1, x_2) \\ &= c_{00} + c_{01}x_1 + c_{02}x_2 + c_{10}h + c_{11}x_1 h + c_{12}x_2 h \end{aligned} \qquad (3)$$

式（3）は超因子のない通常の関数で，３つの独立変数のすべてが設計因子の場合である．この場合は出力yに関して特定の値（固定出力）をとる設計ならば可能である．そして，設計因子は３つあるため，ある程度のバリエーションの設計は可能である．

$$\begin{aligned} y &= F(H; x_1, x_2) \\ &= b_0(x_1, x_2) + b_1(x_1, x_2)H \\ &= (c_{00} + c_{01}x_1 + c_{02}x_2) + (c_{10} + c_{11}x_1 + c_{12}x_2)H \end{aligned} \qquad (4)$$

式（4）は超因子がHの超構造関数で，設計因子が２個の場合である．数学的な本質は式（3）と同じであるが，設計としては一つの因子が超因子に指定された場合である．具体的には超構造関数はHに関する１次式となっており，係数関数は２変数関数でこちらも１次式となっている．

設計因子をp個にし，超因子の次数をk次にし，積項までを対象とする係数関数を用いた一般形は以下のようになる．

$$\begin{aligned} y &= F(H; \mathbf{x}) \\ &= b_0(\mathbf{x}) + b_1(\mathbf{x})H + \cdots + b_1(\mathbf{x})H^n \\ &= (c_{00} + \textstyle\sum_{i=1}^{p} c_{0i}x_i + \sum_{i=1}^{p}\sum_{i<j}^{p} c_{0ij}x_i x_j) \\ &\quad + (c_{10} + \textstyle\sum_{i=1}^{p} c_{1i}x_i + \sum_{i=1}^{p}\sum_{i<j}^{p} c_{1ij}x_i x_j)H \\ &\quad + \cdots + (c_{n0} + \textstyle\sum_{i=1}^{p} c_{ni}x_i + \sum_{i=1}^{p}\sum_{i<j}^{p} c_{nij}x_i x_j)H^n \end{aligned} \qquad (5)$$

さらに超因子をk個にまで増やした高度な一般形は以下のようになる．

$$\begin{aligned} y &= F(\mathbf{H}; \mathbf{x}) \\ &\quad \mathbf{H} = (H_1, \cdots, H_k),\ \mathbf{x} = (x_1, \cdots, x_p) \end{aligned} \qquad (6)$$

超因子には以下のものがあり，（　）の表現は超因子の目的変数yに対してとる行動を示している．

発信因子（情報を発信）
標示因子（状態を区別）
入力因子（出力を制御）
撹乱因子（出力を撹乱）
離隔因子（全体からの離隔を明示）
描写因子（時空間の座標を明示）

中でも代表的な２つの超因子である入力因子Mと撹乱因子Zを取り上げて超設計の本質を紹介する．

【超因子が入力因子Mの場合】：傾きの係数関数の絶対値を大きくして切片の係数関数を最適化すればよい．

$$\begin{aligned} y &= F(M; \mathbf{x}) \\ &= b_0(\mathbf{x}) + b_1(\mathbf{x})M \end{aligned} \qquad (7)$$

【超因子が撹乱因子Zの場合】：傾きの係数関数を０に近づけて切片の係数関数を最適化すればよい．

$$\begin{aligned} y &= F(Z; \mathbf{x}) \\ &= b_0(\mathbf{x}) + b_1(\mathbf{x})Z \end{aligned} \qquad (8)$$

超設計とは超因子に基づく設計のことで，超因子を用いなければ通常の設計となる．すなわち超設計は理論的に通常の設計を特別な形として

含んでいる，より上位の設計となっている．

３－３　超設計のためのカプセル最適化

３－３－１　取り上げる例としての紙ヘリコプター

カプセルという命名およびカプセル最適化を説明するために具体的な例として図 2 に示す紙ヘリコプターを取り上げる．この例における設計では重要な特性（出力）が時間（飛行時間）であり，設計時に考慮しなければならない指標に段差（機体の複数の部位の間における寸法のずれのこと），面積，体積などがある．これらを扱うために図 2 の左側には展開図を，右側には完成図を示すとともに，用いる変数記号も示している．

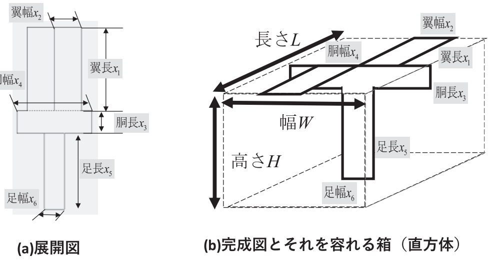

図２　紙ヘリコプターの展開図と完成図と箱

図 2 から明らかなように，機体は以下に示す 3 種類の四角形から構成されている．

（1）翼：揚力を得る部位
（2）胴：翼を支える部位
（3）足：重心を低くする部位

胴と足は段差（寸法のずれ）が無ければ区別がつかない．段差の位置も正確に両者を区分しているわけではない．両者を合わせたものが胴ともいえるし足ともいえる．しかし，ここであえて両者を定義しているのは以下に示す理由によっている．翼が大型化した場合には特に翼幅が広い場合にこれを支えるために翼の付け根の部分がある程度広くなければならない．しかし，その広さのままで下まで行くと面積が大きくなるために以下に示す 2 つの問題を起こすことになる．

（1）上の部分が回転の際に壁となって抵抗を増し回転を妨げ，飛行の滑らかさを阻害しかつ時間を短くする．
（2）材料費が増え，機体は大きく重くなるため運搬・移動が面倒になるとともに保管費・輸送費が高くなる．

したがって翼を支えるために翼の付け根からしばらくは広いが，その後は狭くすると合理的である．このために段差が生じ，これで胴と足を区別にしている．

3 種類の四角形はそれぞれ，飛行において翼は揚力を生じ，胴と足はいずれも抵抗となる．このために翼長と翼幅，胴長と胴幅，足長と足幅に関して用いる変数としては面積（長さ×幅）とアスペクト比（長さ／幅）を用いることが考えられる．しかしながら本研究では以下の理由でこの方法を採用しない．

＊長さと幅のままの方が定式化において扱い易くかつ求解の結果の理解もし易い．
＊HOPE理論は近似式に基づく設計なので非線形模型になっても構わない．できるだけ線形模型に近づけなければならないという強いニーズはない．ただし，必ず線形模型になることが保証されているならば実験サイズを小さくできるというメリットはある．
＊翼は回転翼（Rotor）なので，回転時には長さと幅の組合せは幅と長さの組合せと区別がつかないために，本質的に同じ 2 つのタイプの翼のアスペクト比が 2 つの値（ある値とその逆数）をとることになる．それ故に，アスペクト比は紙ヘリコプターには向かない．

３－３－２　多階層のカプセルの例

図 2 から分かるように単葉機には 2 か所の段差がある．段差 1 は翼幅と胴幅の差であり，段差 2 は胴幅と足幅の差である．これらの有無で生産効率や作業トラブルや品質に大きな違いを生じる．それぞれの段差を取るための制約（等式制約）を定式化に入れることができる．しかし，もし可能であれば寸胴形状（一切の段差がない長方形）にできればとても効果的である．この場合に，定式化で用いる関数は 2 か所の段差に関するものと寸胴に関するものの 3 種類である．寸胴以外に 2 か所の段差の関数を用意するのは，寸胴が実現しない場合の次善策

のためである．それぞれの関数は以下のようになる．

・翼幅と胴幅の差：$G_1(x_2,x_4)=2x_2-x_4$　（9）

・胴幅と側副の差：$G_2(x_4,x_6)=x_4-x_6$　（10）

・翼幅と胴幅と足幅の不整合：

$$G_3'(x_2,x_4,x_6)=Max\{2x_2,x_4,x_6\}-Min\{2x_2,x_4,x_6\} \quad (11)$$

設計においてベスト（最善）は三番目の寸胴の実現で，これは取りも直さず 2 つの段差が同時にとれてシンプルな長方形になることを意味する．セカンドベスト（次善）は 2 つの段差が同時にとれることである．しかし，注意すべきことは 2 つの段差が同時にとれてもそれは必ずしも寸胴になることを意味してはいないということである．そしてサードベストは 2 つの段差のいずれかが取れることである．最も重要なことは，特性値が目標を満たすことであり，段差の他にも重要な指標として以下の示す面積や体積（箱の容積）もあるということである．

一方，面積や体積も材料費，保管費，運搬費，取扱性に影響する重要な指標であるために設計ではこれらも考慮しなければならない．これらはその要素となる関数とそれらを組み合わせた関数は以下のような構造になる．

・時間：

$$y=f(x_1,\cdots,x_6)=c_0+\sum_{i=1}^{6}c_ix_i+\sum_{i=1}^{6}\sum_{j>i}^{6}c_{ij}x_ix_j \quad (12)$$

・翼面積：$S_R(x_1,x_2)=2x_1x_2$　（13）

・胴面積：$S_B(x_3,x_4)=x_3x_4$　（14）

・足面積：$S_F(x_5,x_6)=x_5x_6$　（15）

・全面積：

$$\begin{aligned}S(x_1,\cdots,x_6)&=\kappa\{S_R(x_1,x_2),S_B(x_3,x_4),S_F(x_5,x_6)\}\\&=S_R(x_1,x_2)+S_B(x_3,x_4)+S_F(x_5,x_6)\\&=2x_1x_2+x_3x_4+x_5x_6\end{aligned} \quad (16)$$

・長さ：$L(x_1)=2x_1$　（17）

・幅　：$W(x_2,x_4,x_6)=Max\{2x_2,x_4,x_6\}$　（18）

・高さ：$H(x_3,x_5)=x_3+x_5$　（19）

・体積：

$$\begin{aligned}V(x_1,\cdots,x_6)&=\lambda\{L(x_1),W(x_2,x_4,x_6),H(x_3,x_5)\}\\&=L(x_1)\times W(x_2,x_4,x_6)\times H(x_3,x_5)\\&=2x_1Max\{2x_2,x_4,x_6\}(x_3+x_5)\end{aligned} \quad (20)$$

３－３－３　カプセル最適化の例

以上の様々な設計因子の関数で構成される関数集合が，設計における定式化に用いる対象であるとともに求解の結果として解を代入してその状態を検討（評価）する対象でもある．どれを定式化に用いても良いし，求解の結果としていずれも検討（評価）対象にすることができる．これらはいずれも設計因子の関数であり，これらの関数は入り組んだ多階層の階層構造として作ることができる．これらは関数の関数であるので数学的には合成関数と呼ばれるが，本研究では次に述べる理由でこれをカプセルと呼ぶ．

カプセルとは「その中にものをその状態のままで密閉する容器」のことである．この観点からすると合成関数は関数のカプセルと言うことができる．そして，理論的には多重カプセル（高階層の合成関数）にして用いることができ，これにより高度な設計目的に対応することが可能になる．

例えば，ある事情から完成した機体を容れる箱の形を立方体にしたいという場合には，図 2 の右側に示している通りでこれを以下に示す制約条件（等式制約）として用いればよい．

・立方体の条件（長さと幅と高さの 3 つが揃う）：

$$\begin{aligned}&Max\{L(x_1),W(x_2,x_4,x_6),H(x_3,x_5)\}\\&\quad-Min\{L(x_1),W(x_2,x_4,x_6),H(x_3,x_5)\}=0\end{aligned} \quad (21)$$

この立方体の条件の式はカプセルの特徴をよく表している．まず長さと幅と高さの 3 つそれぞれが設計因子のカプセルで，これらの最大値と最小値が次のレベルのカプセルで，両者の差が更に上のカプセルである．

あるいは，箱に関する特別な事情により幅は高さよりも短くなければならないという場合に

は以下の制約式（不等式制約式）を用いればよい.

・幅＜高さ：

$$W(x_2, x_4, x_6) < H(x_3, x_5) \quad (22)$$

この例のように，必要なカプセルはどのレベルのカプセルでも必要に応じて好きな形で用いることができる.

以上のように，設計因子の関数および関数の関数として様々なカプセルが作られかつ自由に定式化で用いられて設計がなされる．カプセルは，設計因子の関数である 1 次カプセル，1 次カプセルを用いた関数である 2 次カプセル，そしてk次カプセルというように高次のカプセルを作ることができる．次数と数が増えるが，それらは設計において有用なものである.

なお，以上の方法は合成関数というカプセルを用いた方法であり高階の合成関数は多重カプセルと見ることができる．したがって本研究ではこれらを用いた最適化をカプセル最適化と呼ぶ.

カプセル最適化は簡単でかつ明快に定式化が可能である．そして最適解が得られた場合には，それを必要な各種のカプセルに代入すれば様々な情報を詳細に把握することができる.

３－４　４種類の解

図 3 に示すように解には 4 種類のものがあり，状況によってこれらを使い分けることを提案したい.

1）実験点解：解の選択対象は実験点のみである.

＊事前の純粋誤差の情報を用いて区間推定を行う.

【注】のちほど議論する実現確認においては，実現値がこの予測区間の中に出現したかどうかで実質的に両側検定を行うことになる.

2）格子点解：実験点の組合せから解を選択する.

＊質的因子の重回帰分析（数量化Ⅰ類）を行う.

【注】本質的には実験点解と同じである．実験点解の拡張版（対象を実験点から実験点の組合せにまで広げている）である.

3）内挿解：量的模型を用いて内挿の範囲で求解する.

＊重回帰式を用いるが求解は実験領域の中に留まる.

【注】格子点の間を線形と仮定した設計なので，非線形の場合にLOF（不適合）によりずれる．ずれが小さければ有用な解を得るが，ずれが大きければ受入れられない．その場合には事後の調整を行うとよい.

4）外挿解：量的模型を用いて外挿の範囲で求解する.

＊重回帰式を用いるが求解は実験領域の外に出る.

【注】外挿はリスクがあることを認識して挑戦という意識でアプローチする必要がある．内挿解では設計目的は達成できない場合に試みる．内挿解が受け容れ可能でも，更に良い解を求めて駄目でもともとというスタンスで試みる.

※外挿解はその実現が成功すれば選択肢となり，失敗したら知見とすることができる．可能であればトライすることが望ましい

＊格子点解とは全ての実験点の組合せの中から選択した解のことで，比較的安全な解である．2 水準の因子が 8 なら2^8=256，9 なら2^9=512の組合せとなる．L12には11因子を割り付けられるが，戦略的なL12のように空列を 3 列作った場合には2^8=256の組合せとなる.

以上のことから，次の 3 点を踏まえて求解することが重要である.

（1）原則として内挿解をベースにする.

（2）安全を考えて格子点解も用意した方がよい.

（3）格子点解が実現しない場合には実験点解を用いる.

ただし，のちほど議論するところの事後に行う回帰調整という選択肢もある.

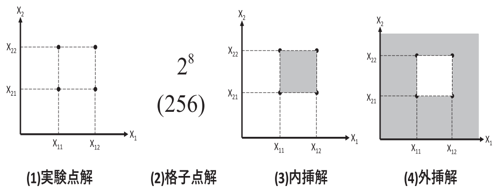

図３　L12（８因子割り付け）の場合の４種類の解

4．交互作用の交絡と堆積交互作用

4－1　ResolutionⅣと近似的ResolutionⅣの構造

交互作用がないことが望ましいのは明らかである．そして，多少の交互作用ならば無視しても設計においては大きな問題にはならない．しかし大きな交互作用がある場合にこれを無視することは危険である．格子点解に関する最大の水準や最小の水準を求めることはできても，本来の内挿解としての最適条件を十分な近似値として把握するのは困難である．したがって，大きな交互作用がある以上はそれを取り入れた模型で設計を行うのが合理的である．交互作用を無視するかどうかの判断は自由度２重調整済み寄与率を用いて行うのがよい．

交互作用（積項）の存在はとても悩ましい．これがパワフルに存在する場合にこれを無視すると設計は破綻する．しかし，これを確実に把握しようとするとなると実験サイズがとても大きなものになる．そこで戦略的な方法として交互作用の交絡を活用することを考える．交絡とは複数のものの効果が混じりあって分離できないことである．そして複数の交互作用が交絡して溜まったものを本研究では堆積交互作用と呼び，これと純粋誤差が混じりあったものを堆積誤差と呼ぶ．交互作用の交絡は悩ましいものではあるが，これを逆手にとって活用するというアプローチがある．

交互作用の交絡を戦略的に使う方法の代表は表１に示すＬ８Resolution Ⅳの計画[14]と表２に示すL16Resolution Ⅳの計画[14]である．Resolution Ⅳとは表１と表２が示すように，交互作用同士は交絡するが主効果は交絡しない計画のことを言い，これを用いれば主効果についいては交絡なしにきちんと把握することができる．ただし，計画は飽和している（情報が取れる列の全てに因子が割り付けられている）ので誤差の情報をとることができない．したがって，取り上げている因子や交互作用の中で相対的に小さなものを誤差とみなすという便法が用いられる．しかし，もし純粋誤差（同じ条件の繰返しによって得られる誤差）の値が分かれば，これを用いて交絡している交互作用の有意性を吟味（検定）することができる．すなわち，ある列の堆積交互作用が純粋誤差を用いた有意性の検定で有意とならなければ，堆積交互作用を構成する全ての交互作用は無視してよいことになる．もし堆積交互作用の列の全てが有意でなければ，いずれの交互作用も無視してよいことになる．この時は主効果だけでの模型で設計を行うことができるのである．

しかし一つ以上の列が有意となった場合にはその後の対応が極めて難しい．有意となった列には複数の交互作用が交絡しているので，どの交互作用が無視できないのかについては統計的には判断がつかない．特にL16に８因子を割り付けた場合には，４つの交互作用が交絡しているので判断は困難を極める．もし交互作用に関して固有技術の情報があるのであればそれを利用することができるのだが，そのような情報があるのであれば，そもそも最初からResolution Ⅳなどを用いずにその情報に基づいて交互作用のきちんとした割り付けを行えばよいのである．

ところで，交互作用の交絡ということに関して表３に示すL12は優れた性質を有している．任意の２列の交互作用は残りの９列に均等配分されるのである．したがって空き列が複数ある場合には，そこには同じ大きさの堆積交互作用が配分されることになる．この数理的構造が持つ性質は近似的Resolution Ⅳと呼ばれている[4]．ここでは分かり易い説明を行うために，あえて４因子しか割り付けていない．表３より明らかなように，主効果の割り付けられている列では自身の絡む交互作用は分配されないので，その列の堆積交互作用は空き列の堆積交互作用よりは小さいことになる．したがって，空き列の堆積交互作用が純粋誤差に対して有意でなければ，全ての交互作用を無視してもクリティカルな問題はないわけである．この時はL12のデータで主効果だけの模型で１次模型を作成してこれで設計を行うことができるのである．

もし堆積交互作用が有意になりかつ堆積交互作用の寄与率が大きい場合は，表４のＬ８ResolutionⅤ（3因子）か表５のL16ResolutionⅤ（5因子）を行う．ただし，説明のためにＬ８のResolutionⅣおよびResolutionⅤも紹介したが，これは因子が少なくまた実験回数も少ない

ので実践の場合にはL16を推奨する.

ここでは２次の交互作用に焦点を合わせているが，厳密にいえば高次項（2次以上の項）や高次の交互作用（3因子以上の交互作用）も交絡しているかもしれない．もし多数の因子の実験においてそれぞれの水準幅が広い場合には，個々の因子の２次項や３因子交互作用が無視できなくなるかもしれない．そのような場合の議論については別の機会に論じたい.

表１　L8ResolutionⅣ

列番	1	2	3	4	5	6	7
要因	A	B		C			D
堆積 交互 作用			AB CD		AC BD	AD BC	
純粋 誤差	e	e	e	e	e	e	e

表２　L16ResolutionⅣ

列番	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
要因	A	B		C			D	E			F		G	H	
堆積 交互 作用			AB CD EF GH		AC BD EG FH	AD BC EH FG			AE BF CG DH	AF BE CH DG		AG BH CE DF			AH BG CF DE
純粋 誤差	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e

表３　L12（近似的ResolutionⅣ）

列番	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
要因	A	B	C	D							
堆積交互作用	欠	欠	AB	AB	AB	AB	AB	AB	AB	AB	AB
	欠	AC	欠	AC	AC	AC	AC	AC	AC	AC	AC
	欠	AD	AD	欠	AD	AD	AD	AD	AD	AD	AD
	BC	欠	欠	BC	BC	BC	BC	BC	BC	BC	BC
	BD	欠	BD	欠	BD	BD	BD	BD	BD	BD	BD
	CD	CD	欠	欠	CD	CD	CD	CD	CD	CD	CD
純粋 誤差	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e

表４　L8ResolutionⅤ

列番	1	2	3	4	5	6	7
要因	A	B		C			
交互 作用			AB		AC	AD	
純粋 誤差	e	e	e	e	e	e	e

表５　L16ResolutionⅤ

列番	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
要因	A	B		C				D							E
交互 作用			AB		AC	BC	DE		AD	BD	CE	CD	BE	AE	
純粋 誤差	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e	e

４－２　純粋誤差による堆積交互作用の検定

L12の僅か12個のデータに対して９個前後の変数を用いて模型を作成すれば，見かけ上高い寄与率の模型が出来上がる．したがって寄与率が高いからと言ってうかつにそれを信じてはならない．これに対してのアプローチとして純粋誤差による堆積交互作用の検定が有効である．事前に純粋誤差を把握してありかつL12に数個の空き列があるのであれば，これを用いて堆積交互作用が有意かどうか検定することができる．実際には堆積誤差（＝堆積交互作用＋純粋誤差）を純粋誤差で検定することになる．この検定に関して，空き列は３列あることが望ましいが，現実的には２列にすることが有用である．変数選択によりいくつかの列（多くの場合には少なくとも１つ以上の列）がプールされるからである．そして純粋誤差は繰り返しが10は欲しい．10個のデータから求めた誤差の不遍分散の自由度は９となり，堆積交互誤差の自由度が３の場合にはF検定の上側５%の値は3.86（F（3,9：0.05）＝3.86）である．これを超えたら有意と判定し，堆積交互作用はあるものと考える.

（1）純粋誤差（pure error）の母分散σ^2_{PE}に関して不偏分散V_{PE}を求める.

（2）L12に空き列を２列作り堆積誤差（accumulated error）の母分散σ^2_{AE}に関して不偏分散V_{AE}を求める.

※L12の変数選択で選択されなかったものはプールして堆積誤差の自由度を3以上にする.

（3）$F=V_{AE}/V_{PE}$を用いてF検定を行う.

検定の結果，もし有意になった場合は，L16を検討することが原則である．しかし，堆積交互作用があるからといって直ちにL12による設計を諦めるべきではない．もし堆積交互作用の寄与率が低いのであれば，それを無視した近似式を用いての設計が有効であるという可能性があるからである．この場合の寄与率は単なる寄与

率では危険なので自由度２重調整済み寄与率R^{**2} [2] を用いるのが賢明である．次節でR^{**2}について説明する．

４－３　自由度２重調整済み寄与率R**^2

寄与率とは「データの全情報の中で，各要素のもつ情報が占める割合のこと」である．すなわちyの変動のうち各因子の変動の占める割合である．回帰による変動をS_Rとし誤差変動（正確には誤差およびLOFによる変動）をS_eとすると全変動S_Tは両者の和となる．

$$S_T = S_R + S_e \tag{23}$$

したがって回帰式の寄与率は以下のようになる．

$$\begin{aligned} R^2 &= S_R / S_T \\ &= 1 - S_e / S_T \end{aligned} \tag{24}$$

重回帰式の場合には，その式によって説明ができる割合（全変動に対する説明率）のことである．寄与率が高い重回帰式はyをうまく説明しており，寄与率1.0の場合には誤差なしの完全な説明となる．

ところで注意しなければならないことは，寄与率は因子（説明変数）の数を増やすと必ず大きくなるという困った性質を持っているということである．このためデータ数nが少なく，それに対して因子の数pが多いと，実態とは別にかなり高い寄与率となり，誤解を生む評価になる．p=n−1ならば必ず寄与率は１になる（完全に説明ができる）．最も簡単な例はデータ数が２個の場合で，２点を通る直線は一意に決まり，この式は誤差を持たず２点を完璧に説明するわけである．

L12の場合は，12回の実験（12個のデータ）に対して最大11個の因子を割り付けられるので，寄与率の評価は十分に注意が必要となる．11個の因子を割り付けて全部を選択すれば寄与率は必ず１になってしまうことは明らかである．変数選択を行っても９個前後の変数が選択されれば寄与率はかなり高くなる．

この問題に対して自由度調整済み寄与率R^{*2}と自由度２重調整済み寄与率R^{**2}という２つの寄与率が存在する．これは無意味な因子の選択を抑制することで過剰な変数選択と過大な寄与率評価を防ぐためのものである．

自由度調整済み寄与率R^{*2}：

$$\begin{aligned} R^{*2} &= 1 - V_e / V_T \\ &= 1 - \frac{S_e / \phi_e}{S_T / \phi_T} \\ &= 1 - \frac{S_e / (n-p-1)}{S_T / (n-1)} \\ &= 1 - (1 + \frac{p}{n-p-1})\frac{S_e}{S_T} \\ &= 1 - \frac{S_e}{S_T} - \frac{1}{(n-1)/p-1}\frac{S_e}{S_T} \\ &= R^2 - \frac{1}{(n-1)/p-1}\frac{S_e}{S_T} \end{aligned} \tag{25}$$

※pがnに近づくと自由度調整済み寄与率R^{*2}は寄与率R^2に比べて減少することが分かる．

自由度二重調整済み寄与率R^{**2}：

$$\begin{aligned} R^{**2} &= 1 - \{(n+p+1)/(n+1)\}V_e / V_T \\ &= 1 - (1 + \frac{p}{n+1})\frac{V_e}{V_T} \\ &= 1 - \frac{V_e}{V_T} - \frac{p}{n+1}\frac{V_e}{V_T} \\ &= R^{*2} - \frac{p}{n+1}\frac{V_e}{V_T} \end{aligned} \tag{26}$$

※pがnに近づくと自由度二重調整済み寄与率R^{**2}は自由度調整済み寄与率R^{*2}に比べて減少することが分かる．

以上よりL12はデータ数nが小さく（12個）て因子数pが多い（10個前後）場合なので自由度２重調整済み寄与率を用いることが妥当であると言えよう．ただし，多くの因子を割り付けるのは，そのうちの半分以上は効いていることを期待しているもので，全部が効いていることを想定はしていない．このため厳しめに変数選択を行うことは妥当であると言えよう．したがって，L12の場合は変数選択指標として自由度二重調整済み寄与率を用い，最終的に得られた式の寄与率評価もこれで評価する．なお，変数選択の基準の値としては１％ないし２％程度を考えて，状況により判断すればよい．

４－４　自由度２重調整済み寄与率R**^２で分類する堆積交互作用のレベル

堆積誤差（堆積交互作用＋純粋誤差）が小さくて模型の寄与率が高ければ非線形部分（積項や２次項）を無視した近似式でも有効な設計ができる可能性がある．ただし，L12の場合に事前に純粋誤差の情報を持っているかどうかが鍵を握っている．ここで純粋誤差の分散をMSE，その平方根をRMESと表現する．この値があれば堆積誤差の検定後でそれが有意となった場合に堆積交互作用を無視するかどうかの吟味ができる．ただし，直接堆積交互作用について吟味するのではなく，重回帰式の実質的な寄与率で吟味する．

＊L12の11列に２列ないしは３列の空き列を取っておく．ここには空き列以外の他の因子の交互作用が交絡している．交絡とは，「複数のものが混じりあって区別がつかない状態」のことである．以後は，交絡した交互作用の平方和を議論するので，この場合には堆積（うず高く積み重なること，deposition）という表現を用いる．それはあたかも何度もの噴火による火山灰の堆積の様相を呈している．L12の数値構造から，空き列における堆積交互作用（depositional interaction）の母数は等しい．しかし，それに加わる純粋誤差は確率変数なので，実測値は同じではない．そして純粋誤差に堆積交互作用が混じったものを堆積誤差（depositional error）と呼ぶ．これらの空列の変動に対して事前に把握している純粋誤差で検定（F検定，データが多ければχ^2検定）することで堆積交互作用が有意かどうかを吟味することができる．

＊もう一つは寄与率の吟味である．有意かどうかとは別に，寄与率を吟味することで主効果模型（１次模型）のパワーを検討することができる．

＊両者を合わせて堆積交互作用の程度に関して以下の４レベルの判断をする．

微：有意ではない．無視しても良い．無視してもほとんど影響はない．

弱：有意ではあるが寄与率は小さい．無視しても大きな影響はない．

中：有意でかつ寄与率は小さくはない．無視するとその影響を少なからず受ける．

強：有意でかつ寄与率は大きい．無視することはできない．

４－５　堆積交互作用の程度と４種類の解の選択の指針

設計（数理的には最適化）の目的には以下のものがある．

＊最大や最小を求めたい．

＊目標値に近づけたい．

最大や最小となる設計因子の条件を求めるのであれば，模型が非線形の場合でも水準範囲の中で極値を持たなければ（水準範囲の中で単調ならば）求めることは可能である．しかし，最大値や最小値を問題とするならば注意が必要である．十分なレベルの近似式でないと値そのものをとらえることは難しい．これは目標値に近づけたい場合も同じである．

単に説明変数（独立変数）が目的変数（従属変数）を説明すればよいという場合には自由度２重調整済み寄与率は70%前後でも両者の関係の概要説明ならば可能である．しかし，ハイレベルの設計となると自由度２重調整済み寄与率はできれば90%以上は欲しい．ただし格子点解でよいならば80%以上あれば何とかなる．もし不運にも実現確認の段階で問題となったら最後に回帰調整で回復を考えるというのであれば70%前後でもあえて設計を試みるのもよい．

以下はあくまでの指針である．設計目的と状況によって柔軟に判断して対応することが重要である．この場合，自由度２重調整済み寄与率を用いて以下のような堆積交互作用のパワーのグレード分類を行う．重回帰式の寄与率が高いということは堆積交互作用と純粋誤差の合計の寄与率が小さいことを意味する．

微（95%以上），弱（90～95%），

中（80～90%），強（80%未満）

設計に関する最後のおさえは実現確認（複数の繰返しあり）の結果（確固たる事実）で，これがすべてである．実現確認をする際の対象となる解に関しては，上記の分類にしたがって以下のような対応をすることを提案する．

微⇒内挿解が有望である．もし実現したら外挿解を試してみるのは選択肢である．

弱⇒格子点解が有望である．もし実現したら内挿解を試してみるのは選択肢である．

中⇒予測実験点解が有望である．もし実現したら格子点解を試してみるのは選択肢である．

強⇒実測実験点解を考えるしかない．

【注】実現確認の優先順位は以下の通りである．上位のものが実現しない場合には次のものを試みるとよい．外挿解は内挿解が実現した場合にのみ試みるものである．

内挿解，格子点解，実験点解

設計目的の解が得られた場合にはそれを担保として外挿解に挑戦することが望ましい．

設計目的の解が得られない場合には外挿解に挑戦することを選択肢として検討する．

4－6　戦略的包括法（戦略的L12の活用）

以上述べてきたことを総合的に整理する．包括法には4つの型がある．これは最初のL12を行う際のシナリオによる．出たとこ勝負ではなく，意図的にシナリオを作成して取り組むことが重要である．

4－6－1　N型（Narrow）・M型（Middle）・W型（Wide）

包括法のポイントはL12における積項（交互作用）および2次項のパワーの問題である．それらが無いかあっても小さければ無視できるが，パワフルな存在の場合には無視することができない．近似式の利用（テイラー展開の利用）という観点からは，それらは水準幅によるため，以下のように分類するのが現実的である．

＊N型L12：水準幅を狭くとり1次模型（1次項のみの模型）での設計を目指す．

＊M型L12：水準幅を中程度にとり積項模型（1次項と積項の模型）での設計を目指す．

＊W型L12：水準幅を広くとり2次模型（1次項と積項と2次項の模型）での設計を目指す．

4－6－2　S型（Strategic）

N（狭い）かM（中程度）かW（広い）かは相対的なもので，事前に予想しても実際にL12をやってみないと分からない．L12のもとでの設計では困難ということが分かったら，積項模型が必要ならL16を，2次項模型が必要ならRSM（Response Surface Methodology：応答曲面法）[5],[15]を用いる．後者ではBBD（Box Behenken Design）とCCD（Central Composite Design：中心複合計画）のいずれかを行うことになる．

以上の判断をL12の持っている特別な性質を利用して図4のように戦略的に対応する．このために次章で提案する方法はスクリーニング機能を視野に入れながら，可能ならばL12による模型に基づいて一気に設計をしてしまうという方法である．この目的のためには

＊PE（Pure Error：純粋誤差）の情報

＊中心点でのデータ（できれば繰り返しが4以上）が必要になる．両者を合わせて中心点で4回の繰返しをするC4をL12に加えたものを本研究はSL12（戦略的L12）と呼ぶ．なお，事前にPEの情報が把握されていればC4はC1（繰り返しはなし）でもよい．

純粋誤差を事前に把握することもできるが，その場合でも実験時に中心点で繰り返すことはとても価値がある．実験時の純粋誤差と通常の純粋誤差を比較して実験の場をチェックすることができるからである．

【注】中心点での繰返し4は純粋誤差の自由度3を確保するためである．そして空列3個も堆積誤差の由度3を確保するためである．自由度1,2は避けたい．

5．包括法

包括とは「いろいろなものを一つにまとめること」を言う．本研究では，事前準備から実験や設計を経て量産に至るまでの必要なものを一つにまとめたアプローチを包括法と呼ぶ．そして，全体を戦略的にまとめたものを戦略的包括法と呼び，その内容は以下の通りである．

1）純粋誤差の低減と管理⇒これは設計・量産の基盤（設計成功の要件）である．

※誤差は実験の成否にかかわりその後の量産時の工程能力にかかわる重要なものである．

2）実験の準備

＊特性要因図を作成し固有技術の整理と設計対象の全体像を把握する．

＊実験に取り上げる因子とその水準を検討する．

3）実験の実施

＊実験因子以外の因子（干渉因子）の影響をできるだけ止めるために相違工夫する．

＊その上で実験順序をランダム化（無作為化）することで万全をはかる．

4）解析

＊設計で用いる模型（数式）を回帰分析で作成する．

5）堆積交互作用の検定[A]と中心点の検定[B]

①ともに有意でなければSL12で設計．

②[A]が有意で[B]が有意でなければL16で設計．

③[A]が有意でなく[B]が有意ならばL18で設計．

④ともに有意ならばRSMで設計．

6）設計

＊４種類の解があることを忘れてはならない．
・実験点解，・格子点解，・内挿解，・外挿解

＊内挿解（本命解）を基本とし，それが実現しない場合に備えて格子点解（安全解）も設計する．

※外挿解については余裕があれば挑戦する．

7）実現性の確認

＊設計したものは実現するのかどうかを確認する．

＊実験点解（格子点解も実現しない場合の最後の切り札である）で場の再現の確認を行うとよい．

8）回帰調整

＊実現値と目標値とのずれが受入不可ならば回帰調整を行う．これは絶対の切り札である．

＊回帰調整は内部調整因子と外部調整因子がある．

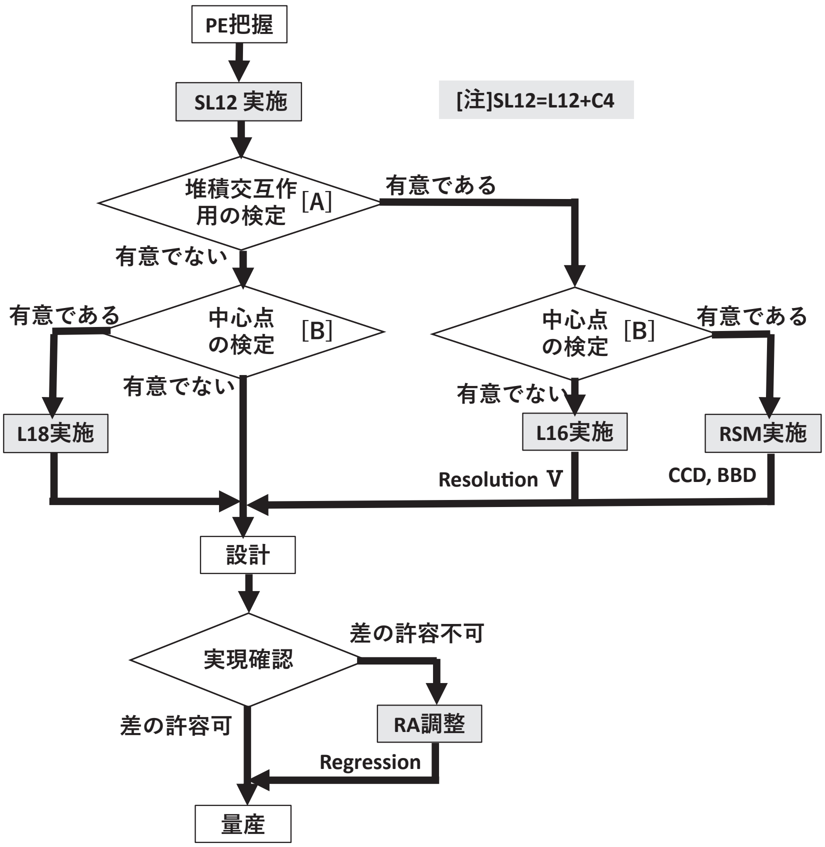

図４　戦略的L12（SL12：L12+C4）と包括法

５－１　戦略的な包括法の本質

目的を達成する場合の戦略的な行動様式の本質は以下の通りである．

①調査：様子を見る（偵察する）．

②計画：計画（作戦）を立てる．

③実施：実施する．

④確認：結果を確認しOKならば終了する．

⑤処置：必要なら処置をとる．

例えば，目的の場所を確実に爆撃するという高度な作戦行動の場合は，以下のようなアプローチがとられる．

①偵察飛行：目的の場所の状況を探る．

②作戦立案：偵察情報に基づいて爆撃方法を選択する．

③領域爆撃：ある領域（area）を水平爆撃する．

④戦果確認：戦果を確認する．

⑤精密爆撃：必要なら特定地点（spot）を急降下爆撃する．

本研究は実験でデータを取って模型化して最適化する過程を同様に考える．重要なポイントは「爆装した偵察機が機を見て攻撃をすることもある」ということである．

※通常の場合，偵察機は偵察が任務で爆撃をしない．

偵察飛行はスクリーニング実験を意味する．通常は偵察機による爆撃はない．すなわちスクリーニング実験のデータで設計は行わない．しかし，本研究では偵察機は爆装し（空列３のL12+C4），可能なら攻撃（設計）をする．実は，L12のデータで求めた１次模型は，時には近似式として設計に使える可能性が存在するのである．このことを利用することが，偵察機が爆撃をするかどうかの判断になる．すなわちL12に空列を３つ作り（堆積誤差の自由度３を確保するため），それを用いてL12のデータでの設計の可能性を探り，もし可能と判断したら設計を行う．ところが，検定の結果で有意となれば１次模型は危険ということになる．その場合に，積項模型でよいのか２次模型が必要なのかの判断が必要になる．このために中心点のデータ（できれば繰り返しがあると良い）を必要とする．L12のデータで作成した模型で中心点の予測区間を求め，中心点のデータが区間内に出現した場合は積模型でよいと判断し，区間外に出現した場合には２次模型が必要と判断する．この本質を示している図５（簡単のために１変数関数で表現）を参照されたい．

＊積模型⇒L16のResolution V（5因子を選抜）

＊２次模型⇒RSM（応答曲面計画）：BBDかCCD

最初は空列３個の堆積誤差の検定（LOFの検定）で，このためには純粋誤差が必要である．事前に純粋誤差を把握しておくことが望ましいが，中心点での繰り返しを取るならばそれによって純粋誤差を求めることができる．また，その場合には，中心点での繰り返しから得た純粋誤差を事前に把握してある純粋誤差で検定することで実験の場に問題が無いかどうかのチェックをすることもできる．

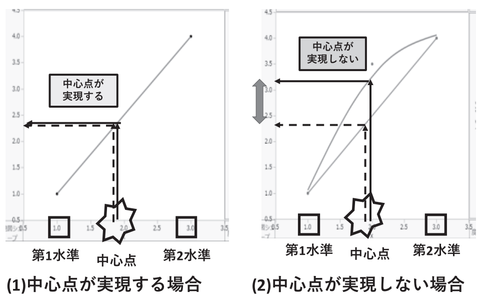

図５　中心点を用いた２次項の要・不要の判断

５－２　中心点の実現確認による判断

図５に示すようにL12の中心点が実現した場合は２次項は必要ないと考えられる．ただし積項（交互作用）については判断ができない．何故ならば，２次以上の項がなく積項がある場合に中心点は実現することが多いからである．堆積誤差が有意で，中心点が実現した場合には積項模型を考えるのが妥当である．

L12の中心点が実現しなかった場合には２次項が必要と考えられる．この場合には，積項も想定した方が良い．多くの場合，２次項が必要ならば積項も必要となる．したがってRSM（BBDかCCD）を行うことが望ましい．

なお堆積交互作用の検定が有意でなくて中心点の検定が有意の場合はL18で設計する．ただしこの場合には第１列と第２列は必ず空けて残り６列を用いる．

５－３　回帰調整

何としても設計目的を果たすためには念入りなアプローチが必要である．そのために 4 種類の解の活用とともに回帰調整という事後対応も視野に入れたアプローチでなければならない．

回帰調整とは事後に目標とのずれを回帰で調整することである．実現確認は統計的検定なので微妙である．実現確認で有意にならなければとりあえず仮説（母平均は目標値に等しい）を棄却することはできない．しかし，これは母平均が目標値に一致していることを積極的に主張しているわけではない．多くの人は心情的に点推定値をできるだけ目標値に近づけたいと願う．そこで，もし実現値と目標値のずれが大きくて受入難いという場合には，事後に回帰調整を行うとよい．その際に用いる調整因子には以下の 2 つがある．

＊内部調整因子：設計因子の中から選んで用いる．

＊外部調整因子：前提条件の中から選んで用いる．

現実問題として実現確認を行ったら検定は有意ではないが目標との差が受入難いという場合は少なくない．このときRA（Regression Analysis：回帰分析）を用いて調整する．その際，実現確認で用いた設計の条件を活用する．この条件は，不運にも値が目標から気になるくらいにずれてはいるが，そのこと以外は基本的に悪くない条件なのである．したがって，調整因子に選んだ因子以外は設計の条件に固定し，選んだ因子の水準は調整可能な方向に対して調整可能な水準を考えてとることにより回帰分析を行って調整する．基本は 1 因子で調整を行うが，調整パワーが足りなければ複数の因子で調整する．

なお原則として内部調整因子（設計因子）で調整するが，外部調整因子（前提条件）で調整することも戦略的な選択肢である．ただし，内部調整因子の場合は実験を通してその様子が把握できているので確実性が高いが，外部調整因子を用いる場合は信頼のおける固有技術的情報があることが不可欠の条件である．

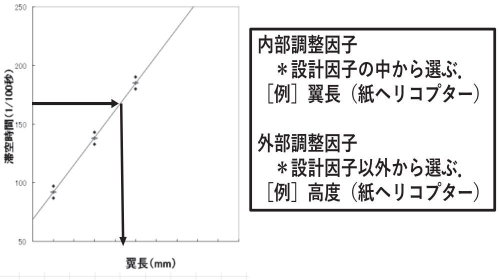

図６　回帰とそれを用いた条件決定（内部調整因子）

５－４　統合計画法の実務的な意義

本研究は以下の点を鑑みて統合設計法を提案している．L12をスクリーニング実験として実施し，その後に本実験（L16，L18，RSM）を必ず行うとなると実験の総回数が多くなる．そのことは長い時間と多額のコストを必要とする．そこで以下のように考える．

1）もしL12だけで済むならばそれで完了にしたい．
　＊L12は多くの人にとってとても分かり易い．
　＊L12だけで済むならば実務では時間とコストが節約できる．
　＊L12は因子数が多く扱えるため設計因子が多いので柔軟に設計ができる．

2）しかしL12だけでは済まない可能性があり，その場合にはL12の後に本実験を行う．
　＊できるだけL12で決着できるように工夫し，そのためにL12のもとでも次の3）にトライする．
　＊本実験を計画する場合はL12の結果（L12で得られた情報）を活用するので因子と水準が確実に決められる．

3）設計にあたっては 4 種類の解を視野に入れて複数の解を用意してこれらの実現確認を行う．
　＊何としても成功するためには何とか実現することのできる抑えの解が必要である．
　＊しかし，より良い解は試みるべきものなので，より上位の解を設計する．

4）設計後に実現確認を行ったら目標との差が許容できないという場合はRA（回帰分析）を用いて調整する．
　＊設計条件を活用する．
　調整因子に選んだ因子以外は設計条件に

固定し，選んだ因子の水準は調整可能な方向に対して調整可能な水準を考えてとることにより回帰分析を行って調整する．

＊原則は１因子で調整を行うが，調整パワーが足りない場合には複数の因子で調整する．

６．おわりに

本研究はHOPE理論を用いた戦略的包括型設計法を提案した．直交配列L12はこれまでスクリーニング実験として位置付けられていた．それ故に11列の全てに因子を割り付けることが推奨されてきた．そして，その役目は因子の選択に限定されていた．

しかし，本研究はあえて意図的に空列を３列とり，中心点で繰り返しをとることによって戦略的な包括型の設計を可能にした．この戦略の中には，結果としてL12の役割がスクリーニング実験となる場合も含まれている．しかし，L12で設計ができる場合もあるし，L12では無理と分かった場合には適切な計画の選択を可能にしている．そして，何かが起こっても最後に回帰調整が控えていて，成果をあげるための最低限の保証をしている．

実務で実験を行う場合には，関係者の期待を背負い手間とコストをかけてトライするためには何としても成果を上げることが求められる．そこで本研究は，確実に成果をあげるために必要なものを一まとめにした戦略的包括型設計法を提案した．これはテーラー展開の考え方をベースにし，DOE（実験計画法）とRA（回帰分析）と数理計画法を組み合わせて三段構えにした数理的な方法である．

この方法を広く実務事例に適用することが今後の課題である．

【参考文献】

［1］Box, G.（1992）：“Teaching Engineers Experimental Design with a Paper Helicopter”, *Quality Engineering,* 4,［3］, 453-459.

［2］芳賀敏郎，竹内啓，奥野忠一（1976）：“重回帰分析に おける変数選択の新しい規準”，品質，6（2），35-38.

［3］Kume H., Takahashi T. et.al（1985）：*Statistical Methods for Quality Improvement,* The Association for Overseas Technical Scholarship .

［4］宮川雅巳（2000）：「品質を獲得する技術」,日科技連出版社．

［5］Myers R.H,, Montgomery D.C., and Anderson Cook C.M.,（2009）：*Response Surface Methodology：Process and Product Optimization Using Designed Experiments,* Wiley, New York.

［6］Placket, P.T. and Burman, J.P.（1946）：”The Design of Optimum Multifactorial Experiments”, Biometrika, 33, 305-325

［7］高橋武則（1992）：「統計的方法と管理・改善」，品質月間委員会．

［8］高橋武則（1993）：「統計モデルとＱＣ的問題解決法」，日本規格協会 .

［9］T. Takahashi（2015）：” Proposal of Flexible Design and its Application ”，*Proc. of the Asian Network for Quality Congress 2015 in Taipei,* CD proceeding，PP.1-10.

［10］高橋武則（2017）：“超構造関数による柔軟設計”,日本品質管理学会第113回研究発表会発表要旨集，pp.157-160.

［11］高橋武則（2017）：“超設計のためのカプセル最適化”,日本品質管理学会第115回研究発表会発表要旨集，pp.17-20.

［12］T. Takahashi（2017）：” Hyper Design based on Hyper Factors”，*Proc. of the Asian Network for Quality Congress 2017 in Kathmandu,* CD proceeding. PP.1-12.

［13］東京理科大学工学部経営工学科　（2005）：「マネジメントサイエンス」,培風館

［14］鷲尾泰俊（2001）：「実験の計画と解析」，岩波書店．

［15］Wu, C. F. J. and Hamada, M.（ 2009）：*Experiments：Planning, Analysis, and Optimization*（*2nd ed.*），Wiley,New York.

［16］吉野睦，仁科健（2009）：「シミュレーションとSQC」，日本規格協会．